

OFFICE NATIONAL D'ÉTUDES ET DE RECHERCHES AÉROSPATIALES

ÉTUDE EN SOUFFLERIE DE L'EFFET DE SOL

par

Alexandre de SIEVERS

Note Technique N° 87 (1965)

TABLE DES MATIÈRES

	pages
I - INTRODUCTION.	4
II - EXAMEN SOMMAIRE DES MÉTHODES DE PRÉVISION DES EFFETS DE SOL.	5
II,1. Ailes d'envergure illimitée (Ecoulement plan).	5
II,2. Ailes d'allongement assez grand ou modéré sans flèche accusée.	8
II,3. Ailes très élancées.	11
II,4. Conclusion.	13
III - DESCRIPTION ET CRITIQUE DES MÉTHODES EXPÉRIMENTALES.	13
III,1. Montages en soufflerie.	13
III,2. Critique des méthodes.	13
III,3. Montages utilisés dans la soufflerie de Cannes.	15
III,4. Corrections de parois appliquées en soufflerie.	17
IV - ESSAIS COMPARATIFS DE MAQUETTES PAR LA MÉTHODE DU PLANCHER ET DE L'IMAGE.	18
IV,1. Généralités.	18
IV,2. Essais comparatifs d'ailes delta de différents angles de flèche.	20
IV,3. Essais comparatifs d'avions schématisques.	23
V - CONFRONTATION ENTRE LES RÉSULTATS OBTENUS EN SOUFFLERIE ET EN VOL.	29
VI - MÉTHODE EMPIRIQUE DE PRÉVISION DE L'EFFET DE SOL DANS LE CAS DES AILES DELTA ÉLANCÉES.	30
VI,1. Description de la méthode.	30
VI,2. Exemple d'application.	33
VII- CONCLUSIONS.	37
RÉFÉRENCES.	39

ANNEXE

CORRECTIONS DE PAROIS EN VEINE CIRCULAIRE APPLICABLE AUX ESSAIS AVEC REPRÉSENTATION DU SOL

I - GÉNÉRALITÉS.	41
II - REPRÉSENTATION VIRTUELLE DU SOL PAR LA MÉTHODE DE LA MAQUETTE-IMAGE.	43
III - CORRECTIONS DE PAROIS APPLICABLES AUX RÉSULTATS D'ESSAIS D'EFFET DE SOL OBTENUS PAR LA MÉTHODE DU PLANCHER DANS UNE SOUFFLERIE A VEINE CIRCULAIRE.	47

RÉSUMÉ

L'interaction du sol pendant les phases de décollage et d'atterrissage des avions de faible allongement est très importante et difficile à prévoir par le calcul.

Après un résumé des méthodes de calcul de cette interaction dans les cas les plus simples, les méthodes expérimentales sont passées en revue. A ce titre, une comparaison est donnée sur des ailes élancées entre les résultats obtenus dans la soufflerie de Cannes par la méthode de l'aile-image et celle du plancher fixe.

Malgré les imperfections de cette dernière, inhérente au développement de la couche limite sur le plancher figurant le sol, l'approximation obtenue est satisfaisante lorsque la maquette (aile ou avion) est suffisamment élancée.

Les expériences systématiques effectuées sur de telles ailes ont permis de déterminer les coefficients qui interviennent dans deux corrections empiriques concernant la sustentation et la résistance, permettant de restituer les valeurs de ces grandeurs en présence du sol, à partir de la polaire expérimentale sans effet de sol.

Une annexe est consacrée au calcul des corrections de parois en soufflerie lorsque la veine circulaire comporte un plancher parallèle à l'aile en essai ou lorsque la méthode de l'aile-image est utilisée.

STUDYING THE GROUND-EFFECT IN WIND-TUNNELS

SUMMARY

The ground-effect is very important and difficult to predict by calculation in the case of low aspect-ratio airplanes at take-off or landing.

Following a brief survey of the theoretical methods used for such prediction in the most simple cases, the experimental methods are described including a comparison of the results obtained in the wind-tunnel, of the O.N.E.R.A. Center at Cannes, in both cases of the image and fixed-flow methods applied to slender wings.

In spite of the imperfection of the latter method due to the development of a boundary-layer on the simulated flow, the approximation obtained is satisfactory when the model (wing or airplane) is sufficiently slender.

Systematic investigations carried out with such wings have permitted to determine the coefficients used in two empirical corrections concerning lift and drag close to the ground and determined from a C_L versus C_D curve without ground effect.

In an appendix the calculation of the wall effect is given for a circular test-section in both cases; simulated floor parallel to the tested wing and image method.

I - INTRODUCTION

I,0. Il est bien connu que les propriétés aérodynamiques d'un avion volant au voisinage du sol diffèrent sensiblement de celles obtenues à une altitude suffisamment élevée, telle que l'on soit en droit de considérer le milieu ambiant comme illimité. Ce sont les conditions aux limites imposées par le sol qui modifient l'écoulement.

Les effets de l'influence du sol se manifestent généralement par un accroissement de la portance et de la finesse, favorisant le décollage, mais, par contre, tendant à prolonger le plané à l'atterrissage. Par ailleurs, la déflexion en arrière de l'aile étant diminuée par la présence du sol, l'équilibre longitudinal d'un avion à empennage arrière nécessite une augmentation très importante du braquage de cet empennage ou de la gouverne de profondeur.

I,1. L'étude de l'interaction du sol avait suscité, pendant la période comprise entre les deux guerres mondiales, de très nombreux travaux tant théoriques qu'expérimentaux, dont les plus marquants font l'objet des références [1] à [21].

Les recherches étaient consacrées essentiellement aux formes et allongements des ailes qui étaient alors en usage et au domaine de variation de hauteurs au dessus du sol, réalisable au décollage et à l'atterrissage avec les avions de cette époque.

Ultérieurement, peu de recherches systématiques nouvelles ont été effectuées, jusqu'à la remarquable critique des méthodes de calcul d'interaction du sol, publiée en 1953 par Y. HAMAL [22]. Cet auteur concluait que, pour des ailes d'allongement modéré et sans flèche accusée, les théories approchées permettent une prédétermination suffisamment précise des effets de sol rendant superflus les essais en soufflerie.

Par ailleurs, dans les mêmes conclusions, l'auteur attirait l'attention sur le fait que la représentation du sol en soufflerie par un plancher fixe, la plus répandue en raison de sa simplicité, fournit des résultats grossièrement erronés. Ce point de vue rejoint celui de M. LESUEUR [17] qui, dans une étude antérieure, avait déjà critiqué la méthode du plancher et qui signalait que l'erreur expérimentale pouvait être, dans certains cas, de l'ordre de grandeur de l'effet de sol proprement dit.

Les aérodynamiciens manifestaient, d'autre part, beaucoup de méfiance à l'égard des résultats obtenus sur maquette en soufflerie en présence du "sol", car l'interaction de celui-ci sur la portance maximale et l'angle de décrochage est fortement influencée par l'effet du nombre de Reynolds.

Aussi l'effet de sol était-il généralement estimé dans les bureaux d'études par des méthodes semi-empiriques, bien que le calcul soit extrêmement imprécis dans le cas d'ailes fortement hypersustentées et que les formules utilisées pour évaluer la déflexion en présence du sol au droit de l'empennage soient assez discutables dans ce cas.

I,2. Sur les avions modernes dont les ailes présentent des flèches notables et des allongements faibles, les résultats théoriques et expérimentaux précédemment obtenus sont remis en cause. La même remarque s'applique aux appareils à décollage court ou à la verticale et, a fortiori, aux plates-formes à effet de sol. Aussi est-il apparu récemment qu'il était indispensable d'entreprendre

de nouvelles recherches expérimentales en soufflerie.

L'O.N.E.R.A. a effectué des essais systématiques d'interaction du sol dans la Soufflerie de Cannes [25] et [26], sur des maquettes d'ailes de faible allongement, en particulier sur des ailes delta, et sur deux maquettes d'avions types, l'une d'un avion sans queue, l'autre d'un avion à empennage arrière, munies d'ailes gothiques.

Les expériences ont été exécutées en utilisant deux procédés différents pour représenter le sol :

- le plancher fixe,
- la méthode de l'image.

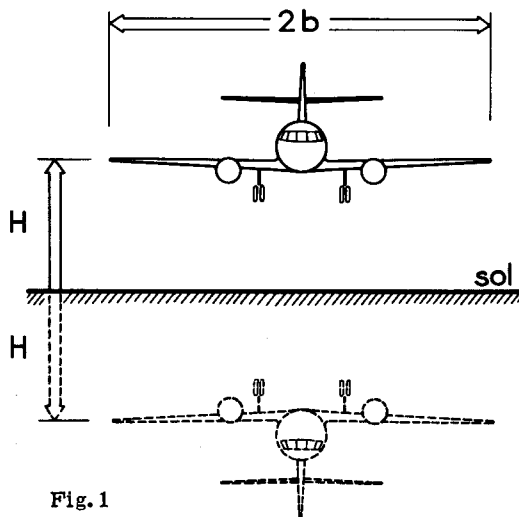
Cette dernière méthode, sous réserve de certaines précautions, simule correctement l'influence du sol. Les résultats acquis ont permis de critiquer ceux obtenus avec un plancher fixe.

La figuration du sol par un plancher fixe, dont les imperfections sont bien connues lorsqu'il s'agit d'avions munis d'ailes de grand allongement, peut être reconsidérée dans le cas des avions à ailes droites de faible allongement ou d'ailes ayant une flèche notable.

Les effets de sol prévisibles sont, en effet, considérablement plus accusés que pour les avions de grand allongement; de plus, la forme en plan de l'aile conduit à des erreurs plus modérées.

II - EXAMEN SOMMAIRE DES MÉTHODES DE PRÉVISION DES EFFETS DE SOL

II,0. Le problème de l'interaction du sol en fluide non visqueux est traité en considérant que la modification du champ d'écoulement introduite par la limite plane du sol est identique à celle que subirait l'avion en fluide illimité en présence d'un avion "image" symétrique par rapport à un sol fictif (*fig. 1*) de sorte que le problème d'effet de sol est rattaché à la théorie générale du biplan.



Il n'existe pas actuellement de méthode simple de calcul de l'effet de sol applicable à des ailes de forme quelconque, l'utilisation de la théorie générale de la surface portante conduisant à des calculs inextricables.

Les méthodes de calcul disponibles qui sont basées sur des hypothèses plus ou moins simplificatrices ne concernent pas les ailes de flèche notable. Cependant le cas limite des ailes très élancées peut être traité par la théorie des tranches.

Les cas suivants peuvent alors être distingués :

- a) Ailes d'envergure illimitée (courant plan),
- b) Ailes d'allongements assez grands ou modérés, sans flèche accusée,
- c) Ailes très élancées.

Ces différents cas sont passés succinctement en revue.

II,1. AILES D'ENVERGURE ILLIMITÉE (Écoulement plan).

En écoulement plan et dans le cas d'une plaque plane ou d'un profil en arc de cercle, le calcul de l'interaction du sol peut être effectué exactement en utilisant une représentation conforme appropriée [8]. Dans le cas d'un profil, les effets d'épaisseur et de courbure qui sont représentés

de manière simplifiée sont superposés à ceux résultant des calculs relatifs à la plaque plane [22].

II, 1.1. CAS DE L'AILE RÉDUITE A UNE PLAQUE PLANE.

En dehors de la méthode rigoureuse de la [8], des méthodes approchées ont été établies.

Une bonne approximation mise en œuvre par TANI consiste à remplacer la plaque par une répartition continue de la circulation [19] définie par les trois premiers termes d'un développement en série trigonométrique suivant le procédé classique de BIRNBAUM [23].

La figure 2, tirée de la référence 22, représente le rapport de la portance en fluide illimité en fonction de l'inverse l/H de l'altitude relative du centre de la plaque, le calcul étant conduit selon la méthode exacte.

La figure 3 montre la comparaison entre les valeurs de la portance obtenues respectivement par la méthode exacte et par la méthode approchée mentionnée ci-dessus. Tout près du sol cette dernière méthode conduit à des valeurs erronées en raison de l'imprécision sur la distribution de circulation et des simplifications de raisonnement.

La partie gauche de la figure 4 donne, pour différentes altitudes relatives, les variations d'incidence Δi_{sol} permettant d'obtenir le même C_z qu'en fluide illimité et l'accroissement $\Delta C_{m_{sol}}$, à égalité de portance.

En résumé, l'interaction du sol se traduit par un recul du foyer, par un accroissement de portance aux angles d'incidence modérés en dessous d'un certain seuil d'altitude relative d'autant plus élevé que l'incidence considérée est plus faible, et par une diminution de la portance aux grands angles d'incidence.

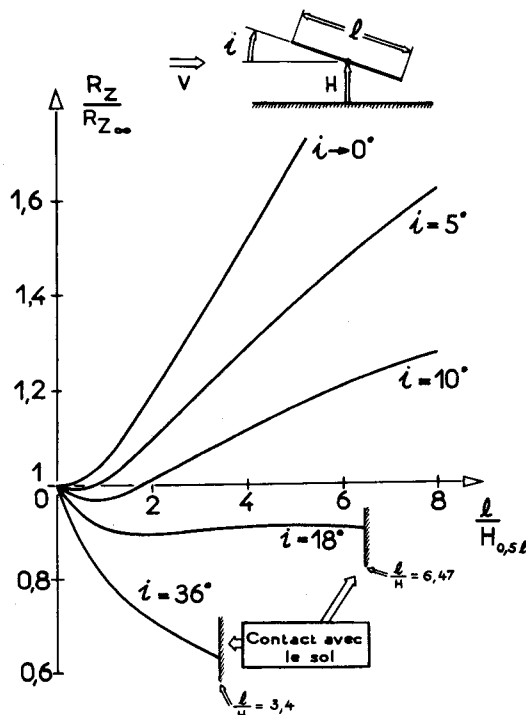


Fig. 2

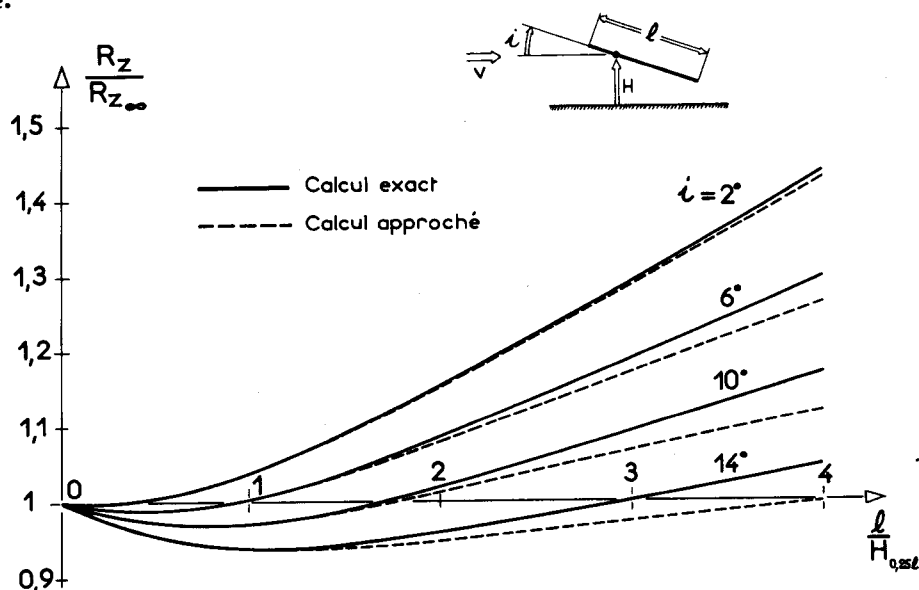


Fig. 3

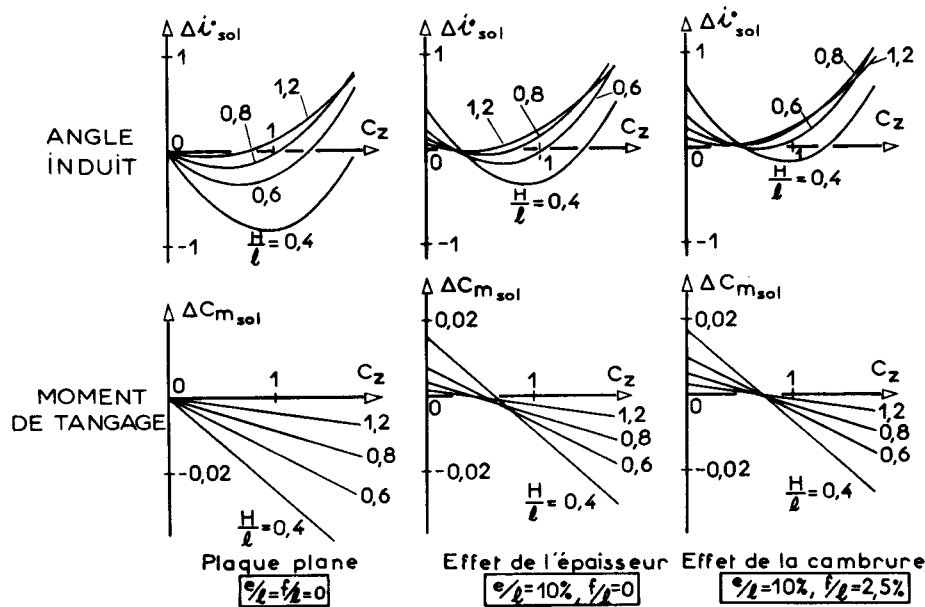


Fig. 4 - Allongement infini

II,1.2. EFFET D'ÉPAISSEUR ET DE CAMBRURE.

En fluide illimité, Y, HAMAL [22] schématise l'effet d'épaisseur par un doublet de tourbillons d'axe **normal** au vent à l'infini et dont l'intensité a pour valeur

$$\frac{\pi}{3\sqrt{3}} V_0 e \ell^2$$

e désignant l'épaisseur relative du profil et ℓ sa corde.

En fluide illimité, l'effet de cambrure est également représenté par un doublet de tourbillons dont l'axe est alors **parallèle** au vent à l'infini et dont l'intensité a pour valeur

$$-\frac{1}{2\pi} V_0 t \ell^2$$

t désignant la flèche relative du squelette du profil.

Au voisinage du sol, il convient de tenir compte de l'influence des doublets-images sur l'aile réelle supposée plane de manière à satisfaire la condition de tangence à la corde :

$$V_0 \sin \alpha + v + v' = 0.$$

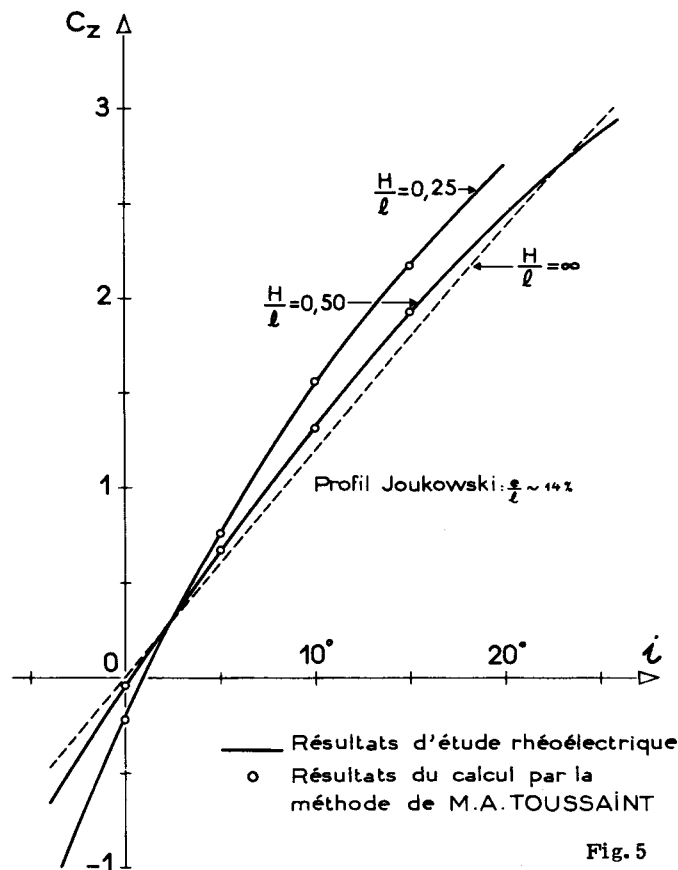
Le terme $V_0 \sin \alpha$ provient de l'écoulement uniforme, v est la vitesse induite au point considéré par les tourbillons représentant l'aile remplacée par une plaque plane, v' est la composante normale à la plaque de la vitesse induite au point considéré simultanément par les tourbillons représentant l'aile image et par les doublets-image représentant l'effet d'épaisseur et de cambrure.

Dans les calculs de HAMAL, le développement de la circulation est limité à trois termes suivant le procédé de BIRNBAUM. On trouvera référence 22 les formules pratiques, tableaux et graphiques permettant de calculer l'effet de sol sur la portance et le moment.

Cet effet calculé selon cette méthode est illustré figure 4 pour un profil symétrique de 10 % d'épaisseur relative et pour un profil de même épaisseur relative présentant une cambrure (flèche relative de la ligne moyenne) de 2,5 %. Les courbes $\Delta i_{sol} = f(C_z)$ et $\Delta C_{m_{sol}} = f(C_z)$ relatives à la même valeur H/ℓ sont superposables à celles obtenues dans le cas de la plaque plane et données sur la même figure; l'influence de l'épaisseur et celle de la cambrure se traduisent donc simplement par un accroissement de l'angle de portance nulle et du C_{m_0} .

II,1.3. AUTRES MÉTHODES DE CALCUL.

Parmi d'autres méthodes de calcul approché de l'interaction du sol, celle de PISTOLESI [15, 18] conduit à des résultats assez proches de ceux donnés par I. TANI. Celle du Professeur TOUSSAINT [4, 6, 7], conduit à des résultats remarquablement confirmés par les analogies électriques mises en œuvre par L. MALAVARD [21], comme le montre la figure 5 qui présente les valeurs de C_z obtenues pour un profil symétrique de 14% d'épaisseur relative.



II,2. AILES D'ALLONGEMENT ASSEZ GRAND OU MODÉRÉ SANS FLÈCHE ACCUSÉE.

Le squelette d'une aile d'allongement infini, peut être remplacé par une répartition de tourbillons dits "attachés". Dans le cas d'une aile d'allongement fini, il apparaît en outre des tourbillons "libres" issus du bord de fuite, dont la formation est due à la variation de circulation en envergure.

Les méthodes de calcul de l'effet de sol actuellement établies sont basées sur la représentation de l'aile par un segment portant avec un tourbillon unique d'intensité variable en envergure remplaçant l'ensemble des tourbillons liés. Ces méthodes sont plus ou moins simplifiées selon que l'on tient compte ou non de l'effet des tourbillons liés de l'aile image sur l'aile réelle.

II,2.1. CALCUL DE L'EFFET DE SOL EN NE TENANT COMPTE QUE DE L'INFLUENCE DES TOURBILLONS LIBRES DE L'AILE IMAGE SUR L'AILE RÉELLE.

II,2.1.1. RÉSULTATS THÉORIQUES.

PRANDTL et BETZ ont établi les formules suivantes :

$$\Delta C_{x_{sol}} = - \frac{\sigma}{\pi \lambda} C_z^2$$

$$\Delta i_{\text{sol}} = -57,3 \frac{\sigma}{\pi \lambda} C_z \quad , \text{ exprimé en degrés.}$$

Dans ces expressions λ est l'allongement géométrique de l'aile et σ un facteur positif dont la valeur est fonction de l'altitude rapportée à l'envergure $H/2b$, et de la répartition de circulation suivant l'envergure.

Ces formules montrent que l'effet du sol se traduit par une diminution de la traînée induite et de l'incidence induite à égalité de C_z .

L'influence de la répartition de circulation en envergure est peu accusée, comme le montre la figure 6, extraite de la référence 22. Ce résultat est important car, théoriquement, la répartition

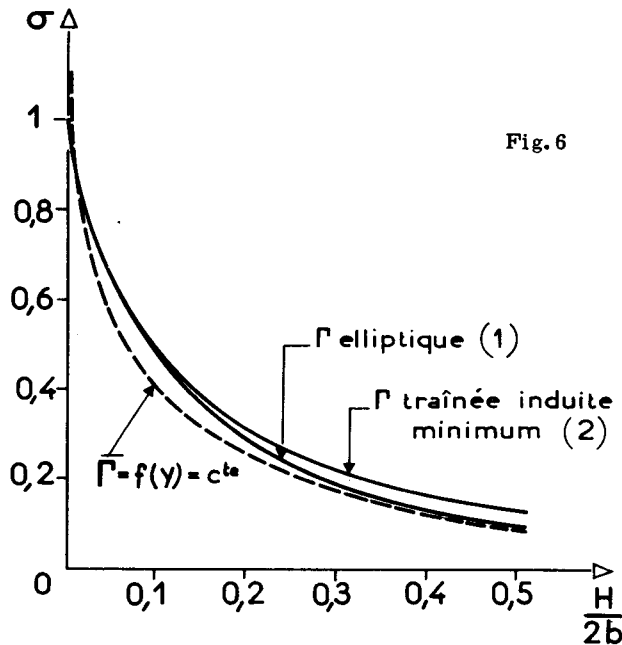


Fig. 6

de circulation en envergure évolue avec la distance au sol. Toutefois, les modifications de la répartition de circulation demeurent en pratique négligeables, tant que l'altitude n'est pas trop faible, comme le montrent les courbes de la figure 7 relatives à une aile rectangulaire d'allongement 5 étudiée par la méthode d'analogie rhéoelectrique [21]. Lorsque la distance au sol est plus petite que dans l'exemple précédent, la modification de la répartition de circulation suivant l'envergure est plus accusée. On peut en estimer l'importance d'après une étude de P. de HALLER [13] concernant la forme optimale de la répartition de circulation ($C_{x\infty}$ induit minimal) en présence du sol (fig. 8) : celle-ci évolue de l'ellipse ($H/2b = \infty$) à la parabole ($H/2b = 0$). Ainsi l'influence du sol se traduit, à égalité de C_z , par une concentration de la charge vers le milieu de l'aile.

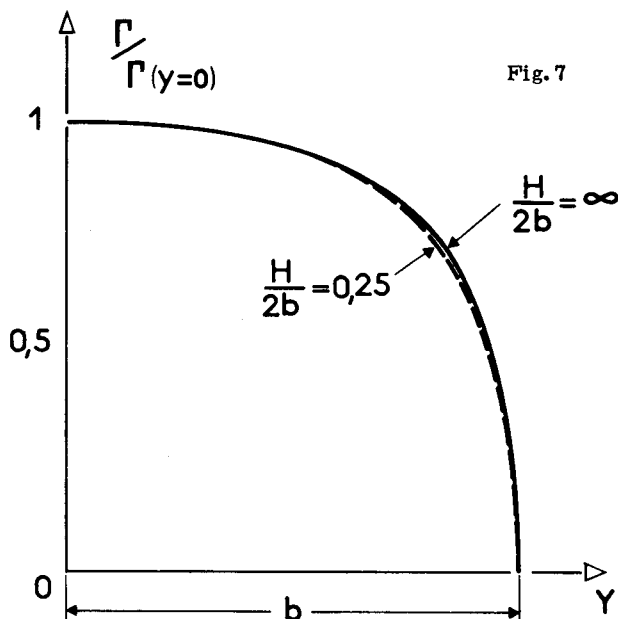


Fig. 7

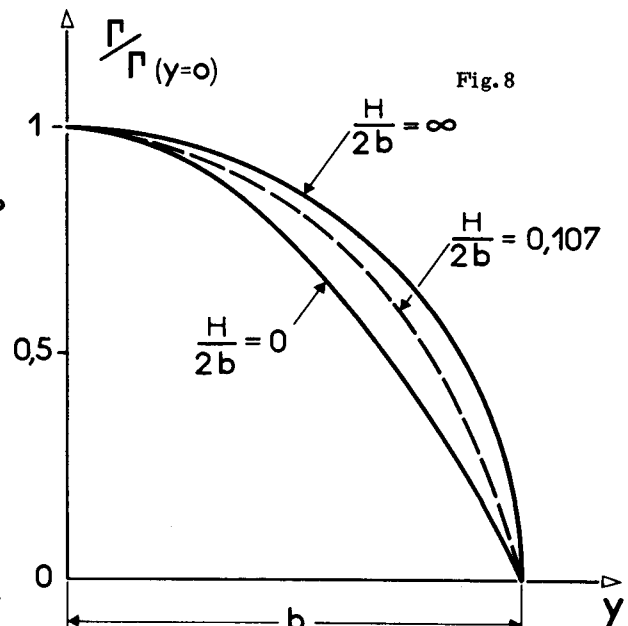


Fig. 8

Cependant cet effet ne modifie que faiblement la valeur du coefficient σ (Cf. courbes 1 et 2 de la figure 6).

Il est légitime, par conséquent, d'adopter la courbe $\sigma = f(H/2b)$ calculée dans l'hypothèse d'une répartition elliptique de la circulation. Cette courbe peut être représentée par les expressions approchées suivantes :

$$\sigma \approx \frac{1}{6} \log \left[1 + \frac{3}{4} \left(\frac{b}{H} \right)^2 \right] \text{ pour } H/2b \geq 0,2 \text{ et } \sigma \approx \frac{1 - 1,33(H/2b)}{1,05 + 7,4(H/2b)} \text{ pour } H/2b \leq 0,2.$$

Les deux éléments de courbes $\sigma = f(H/2b)$, ainsi définis, se raccordent (fig. 9) et sont en excellent accord avec le calcul théorique de PRANDTL.

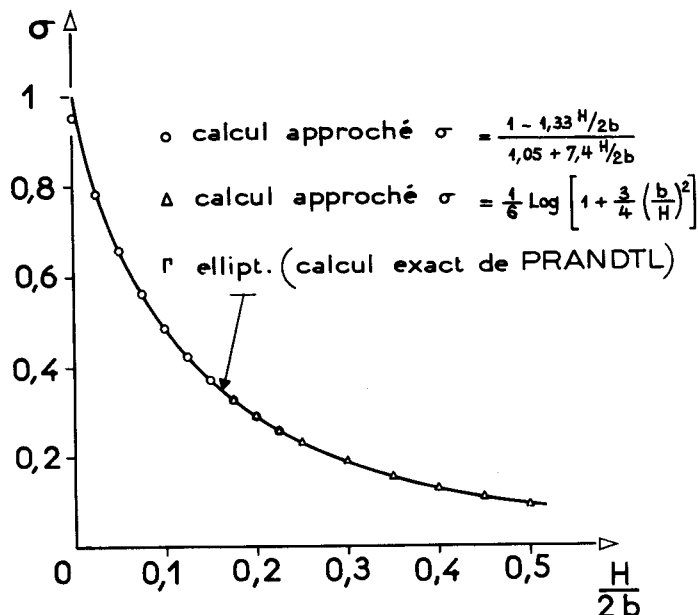


Fig. 9

II,2.1.2. CONFRONTATION DES RÉSULTATS THÉORIQUES AVEC L'EXPÉRIENCE.

Pour des ailes d'allongement modéré, le calcul simplifié de l'interaction du sol est, dans l'ensemble, confirmé par l'expérience. Cependant, à faible altitude, des écarts apparaissent sur la portance. On peut remarquer que le calcul de PRANDTL considère uniquement les vitesses induites par les tourbillons libres; l'influence des tourbillons liés, bien que nettement moindre, devient non négligeable à faible distance du sol, où interviennent, en outre, les effets d'épaisseur et de cambrure de l'aile.

II,2.2. CALCUL DE L'EFFET DE SOL EN TENANT COMPTE DE L'INFLUENCE DES TOURBILLONS LIÉS DE L'AILE IMAGE SUR L'AILE RÉELLE.

Pour une aile rectangulaire d'envergure limitée, l'effet de sol s'obtient en cumulant les résultats déduits des formules de PRANDTL et BETZ du paragraphe II,2.1. (Effet des tourbillons libres) et les effets d'interaction du sol calculés en écoulement bidimensionnel (effet des tourbillons liés).

Cependant, tandis que le Professeur TOUSSAINT procède par addition pure et simple, I. TANI préfère pondérer le terme d'interaction résultant des tourbillons liés de "l'aile image" car, dans le cas de l'envergure limitée, l'influence de ceux-ci est moindre que dans le cas de l'aile infinie.

Par approximation, I. TANI admet que les effets correspondants sont directement proportionnels à la diminution relative de la vitesse U/V_0 , au droit de l'aile réelle, induite par le système de tourbillons liés à l'aile image. En conséquence, les résultats calculés dans l'hypothèse d'une plaque plane d'envergure infinie, peuvent être utilisés dans le cas de l'envergure limitée après avoir été affectés d'un coefficient minorant, représentant le rapport des vitesses induites au droit de l'aile réelle par les tourbillons liés de l'aile image d'envergure limitée et des mêmes tourbillons illimités. Ce rapport est obtenu facilement par application de la loi de BIOT et SAVART.

Les graphiques de la figure 10 illustrent l'application de la méthode au cas d'une aile mince, sans cambrure, d'allongement 5. Ils mettent en évidence le sens des corrections Δi_{sol} , $\Delta C_{x_{sol}}$ et $\Delta C_{m_{sol}}$ qui doivent être ajoutées aux résultats obtenus hors de l'influence du sol, pour

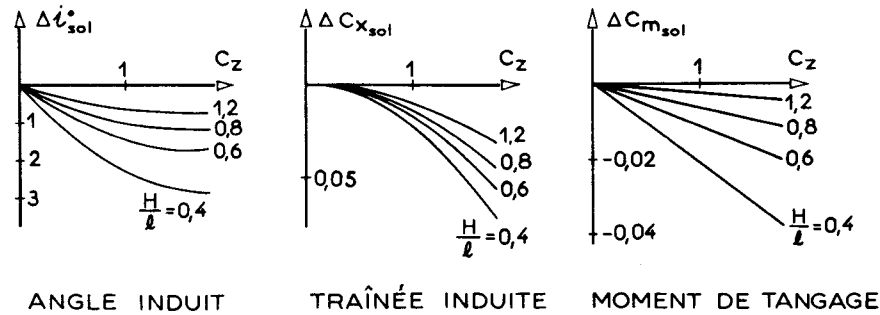


Fig. 10 - Allongement fini : $\lambda = 5$
 $e/l = f/l = 0$

obtenir l'incidence, la traînée et le moment de tangage en présence du sol à différentes valeurs de C_z .

Pour tenir compte de l'épaisseur et de la cambrure, il suffirait de faire subir aux courbes $\Delta i_{sol} = f(C_z)$ et $\Delta C_{m_{sol}} = f(C_z)$ une translation verticale, fonction de l'altitude relative H/l considérée; cette translation est la même que celle appliquée aux courbes correspondantes relatives à l'interaction du sol en écoulement bidimensionnel (voir figure 4).

II.2.3. EFFET D'ÉPAISSEUR ET DE CAMBRURE.

Pour une aile d'envergure illimitée, l'épaisseur et la cambrure ont été représentées par des doublets d'extension infinie. Cette représentation bidimensionnelle est conservée avec une approximation suffisante dans le cas de l'aile d'envergure limitée.

II.3. AILES TRÈS ÉLANCÉES.

La variation des vitesses de perturbation longitudinales étant faible, la théorie des corps élancés est applicable.

Pour une aile plane, non soumise à l'influence du sol, la répartition de portance en envergure est elliptique.

Dans tous les cas, l'aile réelle et son image par rapport au sol peuvent être représentées par une distribution de tourbillons illimités dans le sens longitudinal dont l'intensité est fonction de la pente du squelette au bord de fuite.

Les tourbillons image induisent sur l'aile réelle des vitesses dont les composantes verticales augmentent les incidences locales.

Sans chercher à résoudre le problème dans sa généralité, on peut se contenter de considérer le cas d'une distribution elliptique de tourbillons sur l'aile réelle et son image.

Les vitesses induites verticales par les tourbillons image s'expriment par la formule qui suit, déduite de la référence 22.

$$w(\gamma) = \frac{\Gamma}{\pi b^2} \left(1 - \frac{\text{sh} \mu \text{ch} \mu}{\text{ch}^2 \mu - \cos^2 \lambda} \right) ,$$

dans les coordonnées elliptiques λ et μ définies ci-après :

$$\gamma = b \text{ch} \mu \cos \lambda ,$$

$$2H = b \text{sh} \mu \sin \lambda ;$$

Γ est la circulation dans le plan de symétrie de l'aile, liée au coefficient de portance de l'aile non interactionnée par la relation

$$\Gamma = \frac{C_z V_0 S}{4b} .$$

L'accroissement de l'angle d'incidence de l'aile réelle est

$$\Delta i = \frac{1}{2V_0 b} \int_{-b}^{+b} w(\gamma) d\gamma . \quad (\Delta i, \text{ exprimé en radians})$$

Moyennant les approximations précédentes, la portance de l'aile en présence du sol est

$$C_z + \Delta C_z = \frac{\pi \lambda}{2} (i + \Delta i) ,$$

Δi peut s'écrire sous la forme

$$\Delta i = 2 \frac{\sigma}{\pi \lambda} C_z .$$

Les valeurs de σ sont données sur la figure 6 pour Γ elliptique. Elles ont déjà été utilisées pour le calcul de l'effet de sol en ne tenant compte que de l'influence des tourbillons libres de l'aile image sur l'aile réelle.

Des formules précédentes, on déduit la portance de l'aile en présence du sol

$$C_z + \Delta C_z = \frac{\pi \lambda}{2} i (1 + \sigma) .$$

Ainsi pour

$$\frac{H}{2b} = 0,3 , \quad C_z + \Delta C_z = 1,21 C_z .$$

II.4. CONCLUSION.

II.4.1. Les effets d'interaction du sol en bidimensionnel entraînent dans le cas de la plaque plane un recul du foyer et une modification de la portance dont le sens dépend simultanément de l'altitude et de l'incidence.

L'influence de l'épaisseur et de la cambrure sur la portance près du sol est défavorable. Elle se traduit par un $\Delta C_{L, \text{sol}}$ positif, indépendant de C_{Z} , mais croissant rapidement avec la réduction de l'altitude relative. Cet effet est accompagné d'un $\Delta C_{m_0} > 0$.

II.4.2. Pour une aile d'envergure limitée, l'influence du sol est nettement plus marquée que pour l'aile d'envergure infinie et se traduit par des réductions de l'angle induit et de la traînée induite qui s'expriment par les formules données au § II.1. A cet effet principal se superposent des effets analogues à ceux constatés pour l'aile-plaque d'envergure illimitée, mais plus atténués. Les termes dus à l'épaisseur et à la cambrure, pratiquement indépendants de l'allongement de l'aile, sont donc les mêmes pour l'aile d'envergure limitée et pour l'aile d'envergure infinie.

II.4.3. Les résultats expérimentaux sur maquettes confirment l'allure de l'évolution des effets de sol prévus par le calcul en fonction des différents paramètres. Malgré cette similitude, les valeurs numériques peuvent très notablement différer de celles de l'expérience lorsque les maquettes considérées et les conditions d'essais ne satisfont pas aux hypothèses restrictives du calcul (allongement et altitude assez grandes, absence de flèche de l'aile, etc ...).

III - DESCRIPTION ET CRITIQUE DES MÉTHODES EXPÉRIMENTALES

III.1. MONTAGES EN SOUFFLERIE.

Les diverses variantes des montages expérimentaux utilisés en soufflerie pour représenter le sol dérivent des trois méthodes fondamentales suivantes :

- la méthode du tapis mobile; le tapis, qui représente matériellement le sol, défile sous la maquette à la même vitesse que la vitesse générale de l'écoulement;
- la méthode du plancher fixe; le plancher représente matériellement le sol, mais le mouvement relatif engendre une couche limite parasite dont la présence peut, dans certaines conditions, provoquer une distorsion importante de l'écoulement potentiel;
- la méthode de l'image : elle consiste à identifier l'interaction du sol à celle d'une maquette image disposée symétriquement par rapport à un sol fictif.

III.2. CRITIQUE DES MÉTHODES.

Les critiques que l'on est amené à formuler à l'encontre de ces différentes méthodes sont basées, d'une part, sur des considérations générales de similitude, d'autre part, sur des raisons technologiques ou pratiques concernant les difficultés de mise en œuvre et d'exploitation.

III.2.1. DÉFAUTS DE SIMILITUDE.

Une première altération de la similitude géométrique provient de la limitation du "sol" associée à la limitation de la veine de la soufflerie. Il en résulte des conditions aux limites différentes de celles qui correspondent au vol réel. Toutefois, l'application de corrections convenables (voir

annexe) permet de restituer les résultats qui seraient obtenus en présence du sol dans une veine illimitée, par ailleurs.

La similitude cinématique, qui est respectée dans la méthode du "tapis mobile", n'est, par contre, pas observée dans les deux autres méthodes.

Dans le cas de la méthode de l'image, le sol fictif constitue bien une surface de courant plane, mais il est manifeste que la vitesse n'y est ni uniforme, ni égale à la vitesse à l'infini V_0 , comme l'exigerait la similitude. Il s'ensuit que la méthode de l'image ne rend pas compte des effets de frottement sur le sol. Cette réserve est communément considérée comme étant sans conséquence pratique importante.

Le défaut de similitude cinématique affecte, par contre, plus gravement les expériences faites par la méthode du plancher, par suite d'une couche limite importante, dont la présence peut provoquer une déformation très sensible du champ de l'écoulement potentiel.

Indépendamment du mode de représentation du sol, on notera que la pré-turbulence de la soufflerie et le faible nombre de Reynolds en soufflerie rendent les mesures d'interaction du sol très incertaines au voisinage de la portance maximum.

III,2.2. IMPURETÉS DUES AUX MONTAGES EXPÉRIMENTAUX.

Les impuretés provoquées par les supports de maquettes et par la représentation matérielle du sol, ainsi que la difficulté de mesurer la vitesse de référence, doivent être signalées; leur importance est essentiellement fonction des dispositions particulières adoptées dans chaque laboratoire.

Nous nous bornerons à examiner, ci-après, les problèmes qui se sont posés dans la soufflerie de Cannes, lors de la mise en œuvre des méthodes du plancher et de l'image. Mentionnons cependant quelques particularités concernant le tapis mobile. Cette dernière méthode, bien qu'ayant été utilisée en France dans la soufflerie de l'INSTITUT DE MÉCANIQUE DES FLUIDES DE LILLE, a été abandonnée en raison des difficultés rencontrées pour obtenir un défilement régulier du tapis, sans battements, à des vitesses suffisamment élevées assurant un nombre de Reynolds raisonnable.

Une installation moderne a été réalisée au ROYAL AIRCRAFT ESTABLISHMENT DE FARNBOROUGH où la soufflerie de $11,5 \times 8,5$ pieds est équipée d'un tapis mobile très perfectionné [24], défilant à 35 m/s sur une paroi guide perforée, sur laquelle il demeure appliqué par dépression, quelle que soit la distribution de pression induite par la maquette.

Une disposition très typique du plancher mobile est prévue dans la soufflerie de Langley-Field de $2,13 \times 3,05$ m (fig. 11). Le tapis est incorporé dans la paroi même de la soufflerie [27].

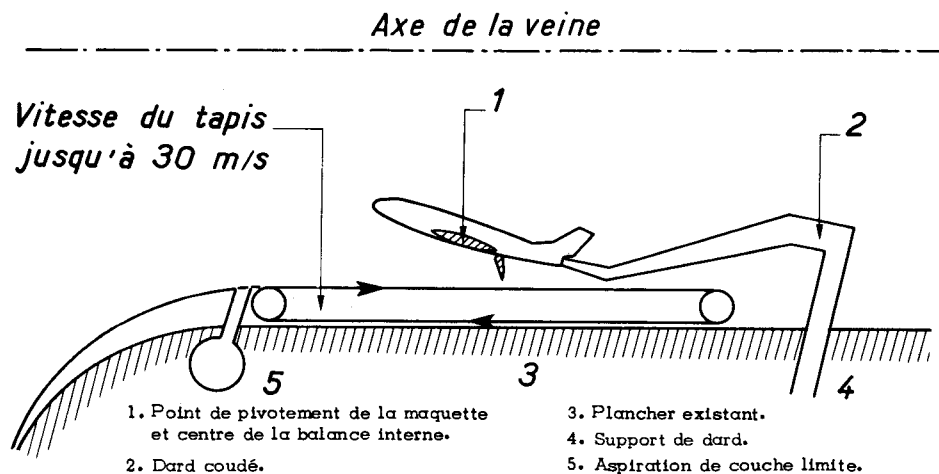


Fig. 11 - Projet d'installation d'un tapis mobile dans la veine de 17 pieds de la soufflerie 7×10 pieds, 135 m/s, de la N.A.S.A. à Langley

Dans un cas comme dans l'autre, on remarquera que les maquettes ne peuvent être maintenues dans la veine que par des supports **d'extrados** ou par un dard; la mobilité du tapis n'étant évidemment pas compatible avec des supports situés à l'intrados.

Par ailleurs, il faut observer que le montage d'un tapis mobile est facilité dans les souffleries à veine rectangulaire, mais serait difficilement adaptable à une soufflerie à veine circulaire ou elliptique, comme le sont la plupart des souffleries subsoniques françaises.

III,3. MONTAGES UTILISÉS DANS LA SOUFFLERIE DE CANNES.

Les montages utilisés dans la soufflerie de Cannes sont représentés figures 12 et 13.

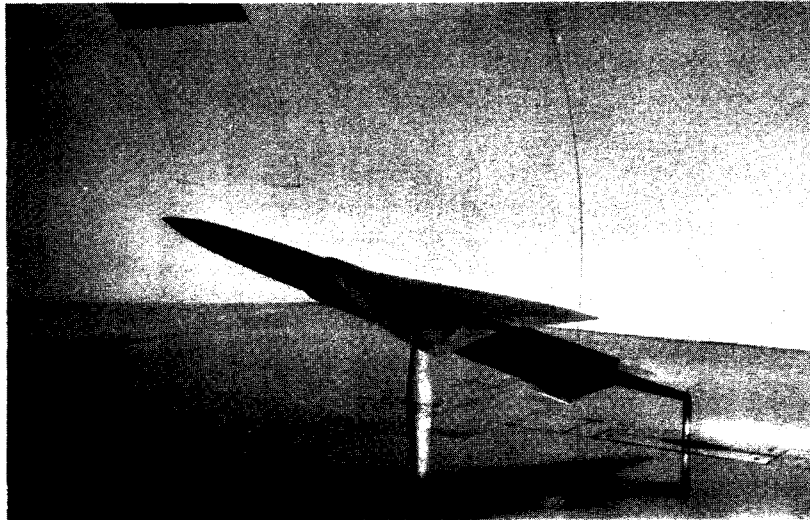


Fig. 12 a - Soufflerie S1 Cannes
Représentation du sol par un plancher

(La photographie ci-dessus a été retournée; en réalité la maquette est suspendue en position inversée, comme figurée ci-dessous).

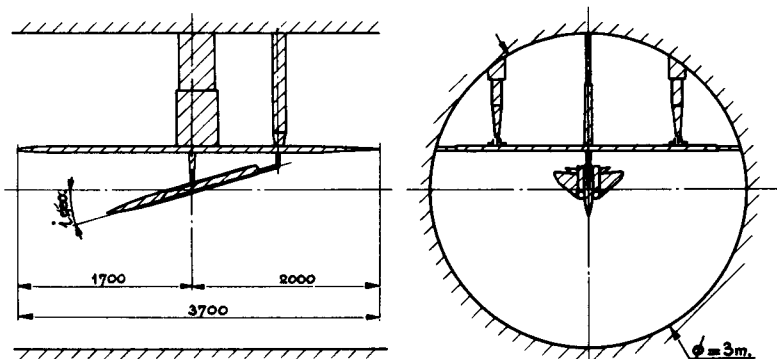


Fig. 12 b

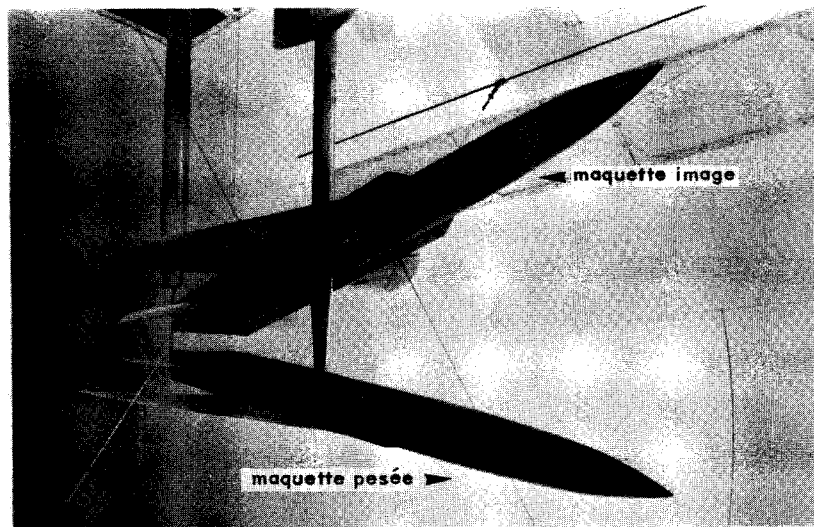


Fig. 13 - Soufflerie S1 Cannes
Représentation du sol par la méthode de l'image

III,3.1. La première de ces figures est relative à la mise en œuvre de la méthode du plancher : maquette suspendue en position inversée (intrados vers le haut), l'envergure de l'aile étant confondue avec le diamètre horizontal de la veine; le réglage d'altitude est obtenu par translation verticale du plancher au moyen de vérins.

Dans cette configuration, la veine est divisée par le plancher en deux canaux, d'où la difficulté de mesurer la vitesse de référence, puisque la répartition du débit global de la veine entre ces deux canaux dépend du degré d'obstruction, essentiellement variable en fonction des paramètres de position de la maquette (altitude et incidence). On tourne cette difficulté en déduisant le débit, et par conséquent la vitesse V_0 dans la partie utile de la veine, par différence entre le débit global et le débit dans le couloir situé à l'opposé de la maquette par rapport au plancher. Comme la distorsion du champ de vitesse en fonction de l'incidence de la maquette est considérablement plus atténuée dans ce couloir que dans le canal contenant cette dernière, le débit peut être déduit d'une mesure ponctuelle de la pression cinétique.

Une autre difficulté provient du fait que les supports de la maquette (face intrados, dans le but de minimiser les effets d'interaction) doivent traverser le plancher sans contact. Il a donc été nécessaire d'étudier l'influence du jeu périphérique ménagé autour des supports afin de définir un jeu maximal.

Par ailleurs, les mâts sont susceptibles de provoquer un décollement local de la couche limite du plancher. En fait, l'expérience a montré que de tels troubles ne se produisent qu'à des incidences très fortement négatives des maquettes.

III,3.2. Dans la méthode de l'image (*fig. 13*), la maquette pesée est également suspendue en position inversée, la maquette-image étant maintenue en présence de la maquette pesée par un réseau de fils. L'ensemble des deux maquettes occupe une position légèrement décentrée par rapport à la veine, imposée par des impératifs pratiques en rapport avec la balance aérodynamique utilisée [26].

En conséquence, le plan horizontal de symétrie des deux maquettes n'est pas, en toute rigueur, un plan de symétrie de l'écoulement (effet des parois). Le calcul des corrections de parois montre (voir annexe) que les deux maquettes à égalité de C_z , n'ont pas la même incidence géométrique. Dans le domaine des altitudes raisonnablement réalisables, cette différence d'incidence peut être négligée.

D'autres causes de dissymétrie sont dues à la suspension des maquettes. En particulier, les supports de la maquette pesée traversent la maquette-image, équipée de ferrures de liaison au réseau de fils, qui n'existent pas sur la maquette pesée. Toutefois, les essais de contrôle montrent que la portance d'une maquette-image, ainsi aménagée, n'est que très peu différente de celle obtenue en supprimant toutes ces impuretés. A fortiori, l'influence de celles-ci sur l'interaction exercée par la maquette-image sur la maquette pesée est absolument négligeable.

De nombreux examens pratiqués en cours d'essais ont toujours montré l'excellente symétrie de l'écoulement autour de l'ensemble constitué par la maquette et son image. Dans les cas examinés ici, on a noté en particulier, l'absence de toute interaction dissymétrique des sillages.

III,4. CORRECTIONS DE PAROIS APPLIQUÉES EN SOUFFLERIE.

III,4.1. Le calcul des corrections de parois dans une veine de soufflerie, en l'absence de tout effet de sol, est généralement effectué, même pour des ailes de faible allongement et en flèche, en adoptant les formules établies par la théorie du segment portant.

Il importait de s'assurer du degré de validité de ces formules. A cet effet, trois maquettes semblables ont été essayées dans la soufflerie de Cannes aux échelles 1, $\sqrt{2}$ et 2.

Les résultats de mesures auxquelles ont été appliquées les corrections de limitation de veine, conduisent à des courbes $C_z = f(\alpha)$, $C_z = f(C_x)$ pratiquement confondues (fig. 14), ce qui montre la validité des corrections appliquées. Les courbes $C_z = f(C_m)$ dénotent un bon accord.

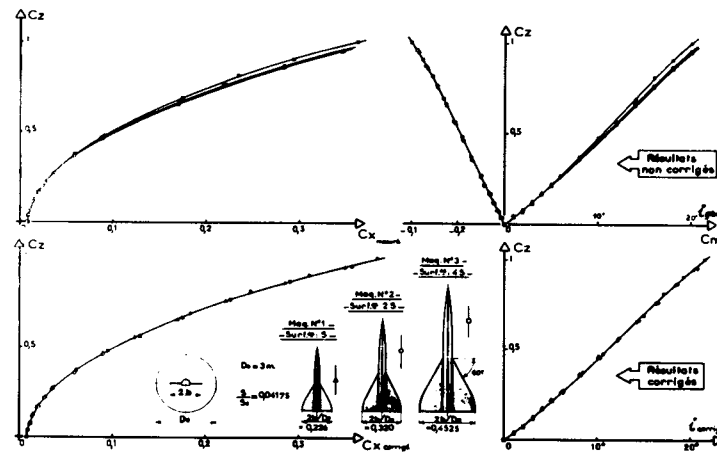


Fig. 14 - Exemple d'application de corrections de parois à des résultats d'essais de maquettes dotées d'ailes type "delta"

A noter que les termes correctifs ΔC_l et ΔC_x sensiblement proportionnels, selon les formules classiques, à la surface de l'aile varient dans ces expériences de 1 à 4.

III,4.2. Les mesures effectuées en soufflerie sur une maquette, soit avec un plancher représentant matériellement le sol, soit avec la représentation virtuelle de celui-ci par la méthode de l'image doivent subir les **corrections de parois** appropriées, en vue d'obtenir des résultats relatifs à la maquette en présence d'un sol infiniment étendu.

De telles corrections ont été calculées en appliquant encore la théorie du segment portant (voir calculs en annexe). Les formules obtenues sont donc critiquables lorsqu'elles sont appliquées,

comme c'est le cas ici, à des ailes élancées. Toutefois, on notera que ces corrections sont numériquement beaucoup plus faibles dans les deux cas considérés (paroi représentant le sol, ou maquette-image) qu'en l'absence d'un sol.

Les résultats qui font l'objet de cette note technique ont tous subi les corrections de parois appropriées au mode de représentation du sol. Les formules correspondantes sont explicitées en annexe :

- cas de la méthode image, formules (21) et (22),
- cas du plancher, formules (35) et (36).

IV - ESSAIS COMPARATIFS DE MAQUETTES PAR LA MÉTHODE DU PLANCHER ET DE L'IMAGE

IV.1. GÉNÉRALITÉS.

Un certain nombre d'essais comparatifs exécutés avant la dernière guerre dans divers laboratoires, semblent montrer que la méthode du plancher conduit à un accroissement de l'influence du sol (Cf. [17] et [22] par exemple).

Il s'agit en général d'essais de maquettes d'ailes isolées ou d'avions, caractérisés par un allongement assez grand, à des altitudes modérées auprès de la corde de l'aile.

L'accroissement de l'effet de sol est attribuée dans ce cas, et à juste titre, au fait que les conditions aux limites sont imposées à l'écoulement potentiel non pas par la surface du plancher, mais par la frontière de la couche limite qui se développe sur celui-ci. En conséquence, l'altitude effective de la maquette est plus faible que l'altitude nominale par rapport au plancher.

Pour des maquettes de faible allongement, les altitudes correspondant au vol au ras du sol, deviennent faibles vis à vis de la profondeur de l'aile; dans ces conditions, on ne peut plus assimiler l'influence parasite de la couche limite à celle d'un simple changement d'altitude.

Il se produit, en effet, un rapide épaissement de la couche limite du plancher en amont de l'aile, par suite du gradient de pression adverse induite par cette dernière. Lorsque l'altitude devient suffisamment faible, il apparaît même un décollement légèrement en amont de l'aile.

Une excellente visualisation obtenue au tunnel hydrodynamique de l'O.N.E.R.A. par H. WERLÉ (fig. 15) illustre ce phénomène. On constate que le décollement de la couche limite du plancher se résorbe rapidement dans le convergent formé par l'aile et le plancher, mais un nouveau décollement se produit au delà du bord de fuite. Il apparaît donc que les conditions aux limites de l'écoulement potentiel ne sont pas relatives à un sol plan, mais sont imposées par la frontière de la couche limite, dont la définition varie avec l'incidence et l'altitude.

VISUALISATION DE L'EFFET DE SOL Profil G.L. 21 $i = 10^\circ$ $H/l = 0,125$



Fig. 15 a - Méthode du plancher

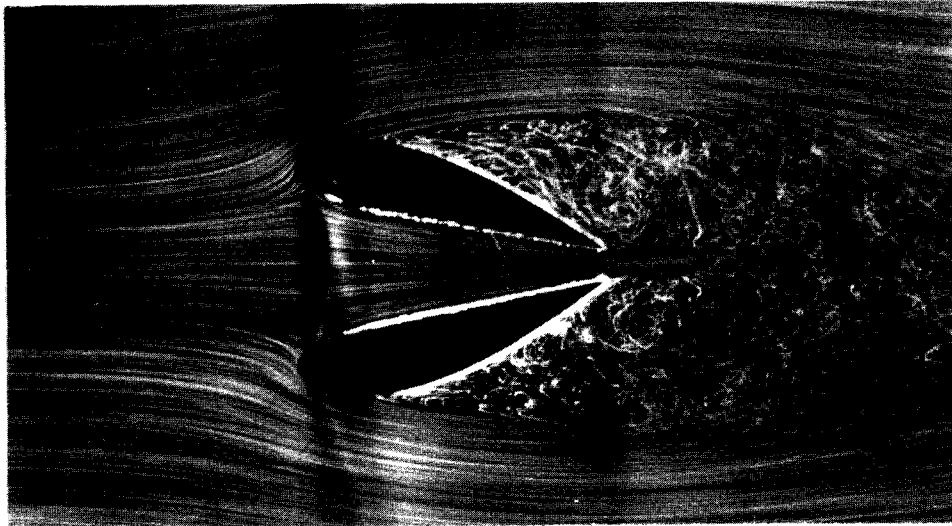


Fig. 15 b - Méthode de l'image

Par contre, le spectre de l'écoulement obtenu avec représentation immatérielle du sol grâce à une aile image (fig. 15) satisfait convenablement aux conditions désirées.

Des visualisations sommaires en soufflerie montrent que l'on retrouve les mêmes troubles d'écoulement sur le plancher, qu'au tunnel hydrodynamique.

Des mesures comparatives de portance (fig. 16), avec représentation du sol par la méthode de l'image et par le plancher, effectuées sur une maquette d'aile rectangulaire d'allongement 2 et de profil GLENN MARTIN G.L. 21 ($e/l = 22\%$), semblable à celle ayant fait l'objet des visualisations représentées figure 15, mettent en évidence les conséquences de la distorsion de l'écoulement due à la couche limite du plancher.

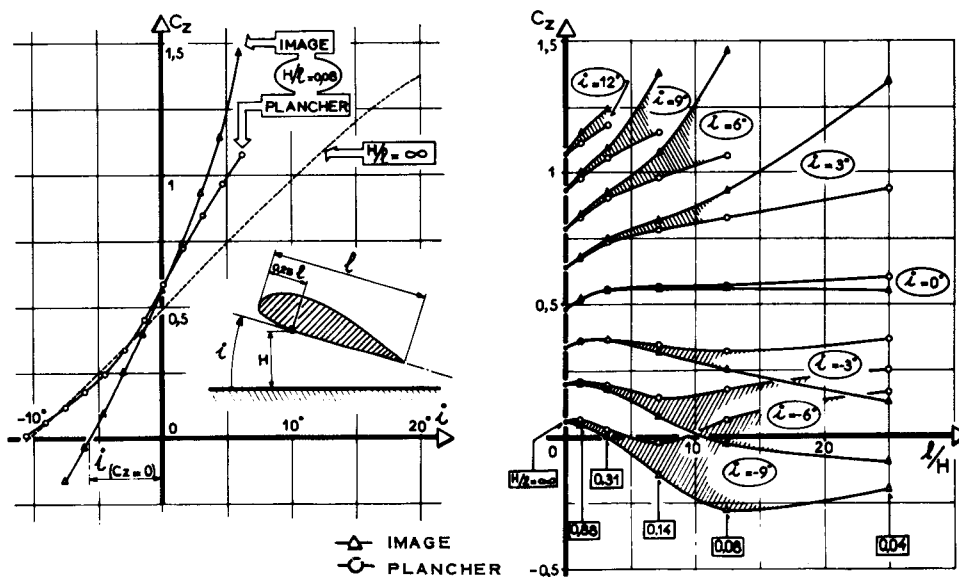


Fig. 16 a et 16 b - Aile rectangulaire $\lambda = 2$

L'influence du sol sur la portance est plus faible par la méthode du plancher, contrairement à ce qui est habituellement admis. Ce résultat s'explique par la courbure imprimée à l'écoulement potentiel par la couche limite du plancher. La frontière de celle-ci délimite sous l'aile une sorte de coin fluide (*fig. 15*) ayant pour effet, en première analyse, de réduire l'angle d'incidence effectif de l'aile. Cette remarque est corroborée par l'examen des photographies de la figure 15, montrant, en particulier, que le point d'arrêt au bord d'attaque est situé nettement plus près de l'extrados en présence du plancher qu'en présence de l'aile-image.

Lorsque l'expérimentation concerne une aile en flèche, les phénomènes parasites dûs à la couche limite du plancher prennent beaucoup moins d'importance. L'écoulement pariétal sur le plancher, rendu visible par des fils de laine, ne révèle pas de décollements analogues à ceux constatés avec l'aile rectangulaire.

Des visualisations exécutées au tunnel hydrodynamique avec une aile de 70° de flèche, confirment d'ailleurs que la couche limite du plancher est considérablement moins affectée qu'en présence d'une aile droite.

IV.2. ESSAIS COMPARATIFS D'AILES DELTA DE DIFFÉRENTS ANGLES DE FLÈCHE.

Ces essais ont porté sur des maquettes simplifiées, ailes-plaques de forme en plan triangulaire et de 15 mm d'épaisseur, chanfreinées suivant le pourtour de façon à présenter un bord d'attaque et un bord de fuite aigus (dièdre de 30°). Toutes ces ailes ont même surface ($\sim 0,37 \text{ m}^2$), les angles de flèche respectifs au bord d'attaque sont 50°, 60°, 70° et 75°.

Il est certain que les caractéristiques aérodynamiques de ces maquettes sont modifiées par des décollements locaux, mais ceux-ci n'altèrent pas le caractère purement comparatif des résultats recherchés.

Rappelons que tous les résultats ont subi les corrections de parois appropriées (Cf. § III,4.2).

La méthode du plancher et celle de la maquette-image conduisent à des résultats en bien meilleure concordance que ceux relatifs à l'aile droite mentionnés au § IV,1 ; le plancher assure une meilleure représentation du sol en accord avec l'observation pariétale de l'écoulement, lorsque l'angle de flèche de la maquette augmente. Toutefois, des distorsions, bien que très atténuées, subsistent. Leur sens et leur importance relative sont fonction de l'altitude, de l'angle d'incidence et de la flèche de l'aile.

Les résultats comparatifs relatifs à l'aile de 75° de flèche, expérimentée à très basse altitude $H/l = 0,15$, font l'objet de la figure 17. A des altitudes plus grandes, la concordance des résultats est encore meilleure. Dans le cas présent, la frontière de la couche limite du plancher n'est que très peu incurvée dans la zone située sous l'aile. Il s'ensuit que l'influence prépondérante de la couche limite correspond à une légère réduction d'altitude et se traduit, en particulier, par une portance de l'aile très légèrement plus élevée que celle obtenue par la méthode de l'image. Aux incidences plus élevées, les écarts s'amenuisent et tendent même à s'inverser parce que le laminage plus accusé de la couche limite sous l'aile se traduit par une inclinaison de la frontière de la couche limite, à laquelle correspond une réduction de l'incidence effective de l'aile.

Pour des ailes de flèche plus faible, les mêmes phénomènes se produisent, mais l'effet de la courbure imposée à l'écoulement devient prédominant. Cette remarque explique l'évolution en fonction de la flèche des écarts observés entre les résultats obtenus par la méthode de l'image et celle du plancher. Les graphiques de la figure 18 illustrent des résultats obtenus à 12° d'incidence et à des altitudes respectives de 15% et 22,5% qui correspondent sensiblement aux conditions d'atterrissage d'un avion muni de telles ailes. A des altitudes plus grandes, la concordance des résultats s'améliore rapidement.

Une autre confirmation, très fragmentaire il est vrai, de la bonne représentation globale du sol par un plancher, dans le cas d'une aile en flèche et pour des hauteurs relatives raisonnables, est

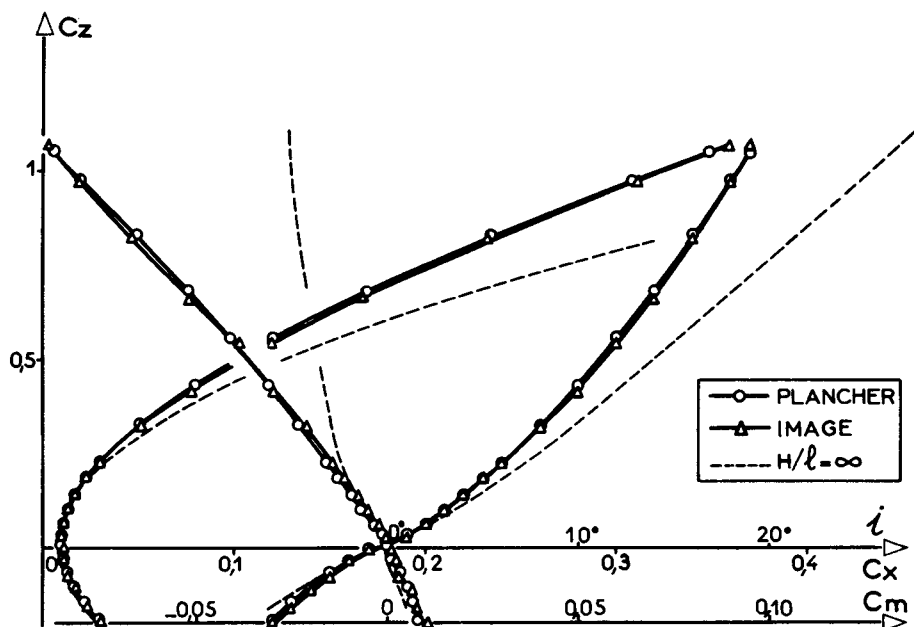


Fig. 17 - Aile Δ . 75° - $H/l = 0,15$

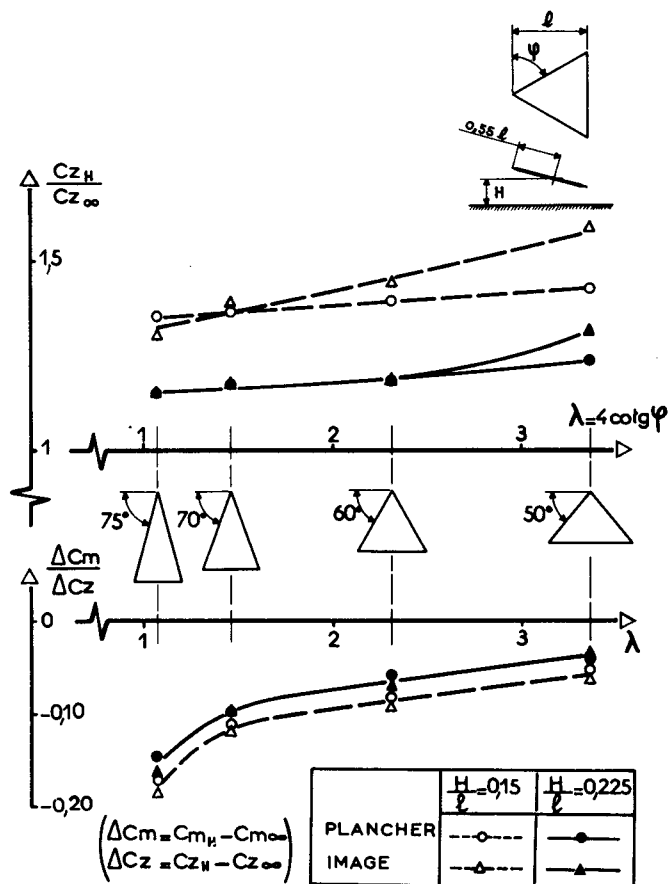


Fig. 18 - Ailes "delta" plaques - $i = 12^\circ$

donnée par des essais comparatifs du R.A.E., relatifs à une maquette de formes générales voisines de celles de l'aile delta plaque, $\varphi = 70^\circ$, expérimentée à Cannes (fig. 19 et 20). Ils ont été exécutés respectivement avec un tapis mobile, ou immobilisé [24]. Les légères différences que l'on relève sont de même nature et du même ordre de grandeur que celles constatées à Cannes entre les résultats obtenus avec aile-image et avec plancher.

En ce qui concerne les moments de tangage de l'aile plane (fig. 20, à droite), il convient de signaler que l'allure particulièrement sinueuse des courbes est due à des décollements qui se produisent dès les faibles incidences sur le profil polygonal très épais en bout d'aile; ils engendrent des troubles de stabilité longitudinale.

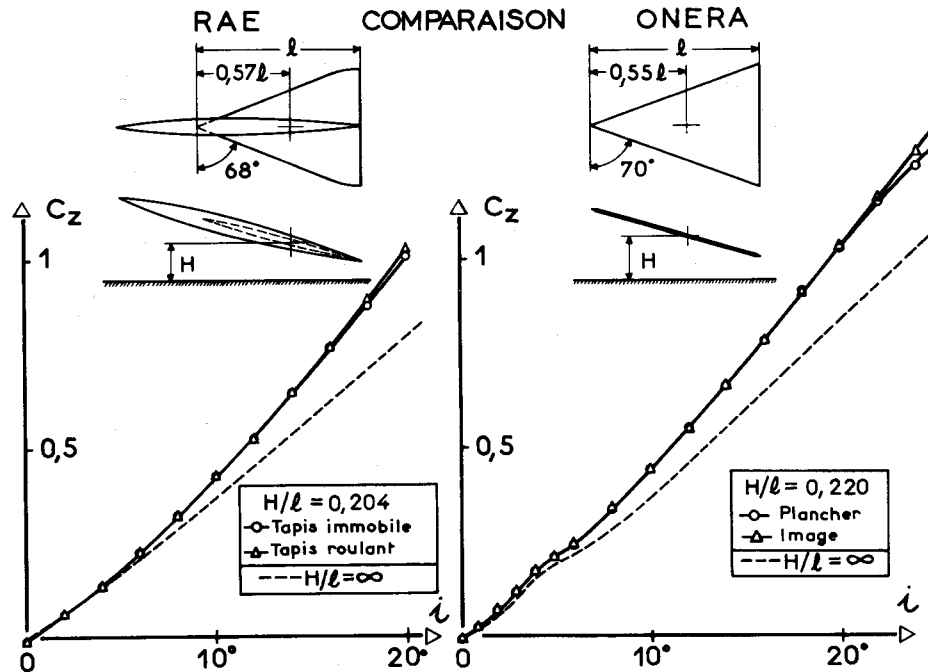


Fig. 19

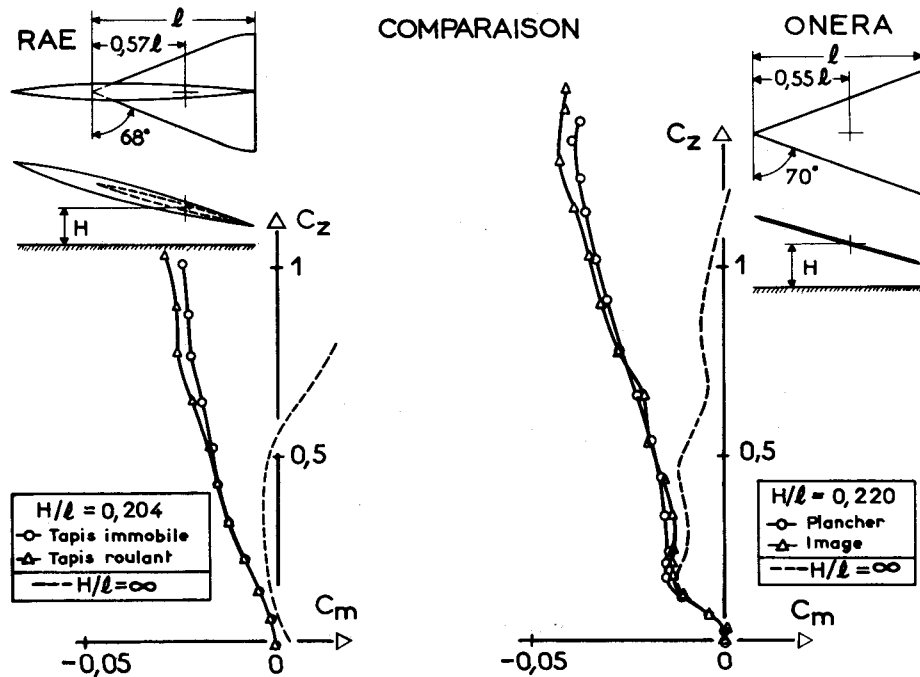


Fig. 20

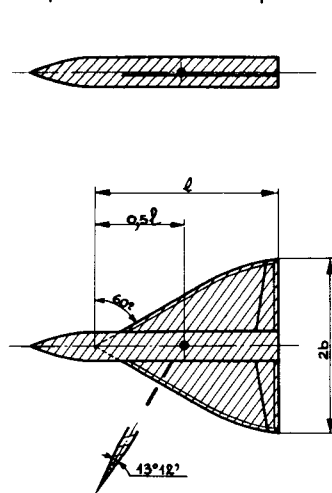
IV,3. ESSAIS COMPARATIFS D'AVIONS SCHÉMATIQUES.

De même que pour les ailes, les maquettes d'avions utilisées sont réalisées sommairement : voilures-plaques chanfreinées au bord d'attaque et au bord de fuite, volets de courbure maintenus sur l'aile par des ferrures apparentes, formes de fuselages simplifiées, etc..

Deux formules ont été expérimentées (*fig. 21*) :

- avion sans queue à aile delta gothique de 60° de flèche,
- avion à empennage arrière, muni d'une aile de 55° de flèche.

Maquette d'avion sans queue*



Maquette d'avion à empennage AR

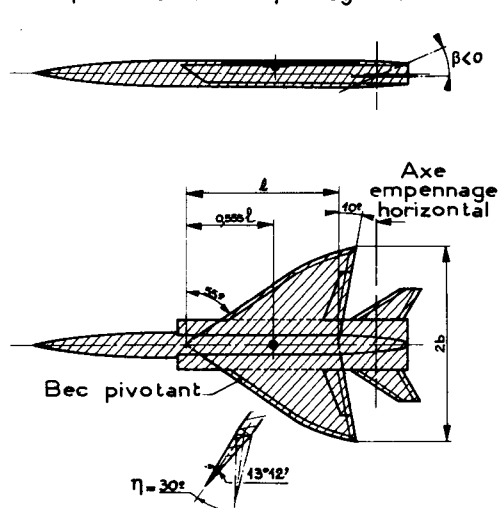


Fig. 21 - Maquettes simplifiées d'avions à ailes delta-gothiques.

Indépendamment de l'intérêt propre que peut présenter l'étude de la seconde maquette, la disposition basse de l'empennage est bien adaptée au contrôle de la validité de la représentation du sol par un plancher, puisque l'empennage se trouve à des altitudes très faibles et subit donc, avec le maximum d'effet, l'influence des troubles éventuels de l'écoulement sur le plancher.

IV,3.1. MAQUETTE D'AVION SANS QUEUE.

Bien qu'il s'agisse d'un avion (*fig. 21*) possédant une aile de 60° de flèche au bord d'attaque, la forme incurvée des extrémités de celle-ci et la présence du nez du fuselage font que, par sa géométrie d'ensemble, la maquette est caractérisée par une flèche moyenne supérieure à 60° . L'interaction parasite de la couche limite du plancher et les distorsions correspondantes des résultats expérimentaux s'apparentent à ceux relevés pour l'aile delta pure de 75° de flèche (prédominance de l'effet de réduction de l'altitude par rapport à celui résultant de la courbure de l'écoulement).

Les courbes groupées figure 22, représentent en fonction de l'altitude, l'évolution de quelques caractéristiques aérodynamiques de la maquette, déterminées par les méthodes de l'image et du plancher.

Le ΔC_z apporté par l'interaction du sol est un peu supérieur avec plancher; par contre, l'accroissement de la finesse est plus faible; par rapport aux essais avec maquette-image, un léger ΔC_m piqueur apparaît aux faibles incidences.

Ces erreurs systématiques affectant les résultats, se compensent partiellement lorsque l'on établit la polaire équilibrée (*fig. 23*), l'équilibre étant obtenu par le braquage α des élévons; elles

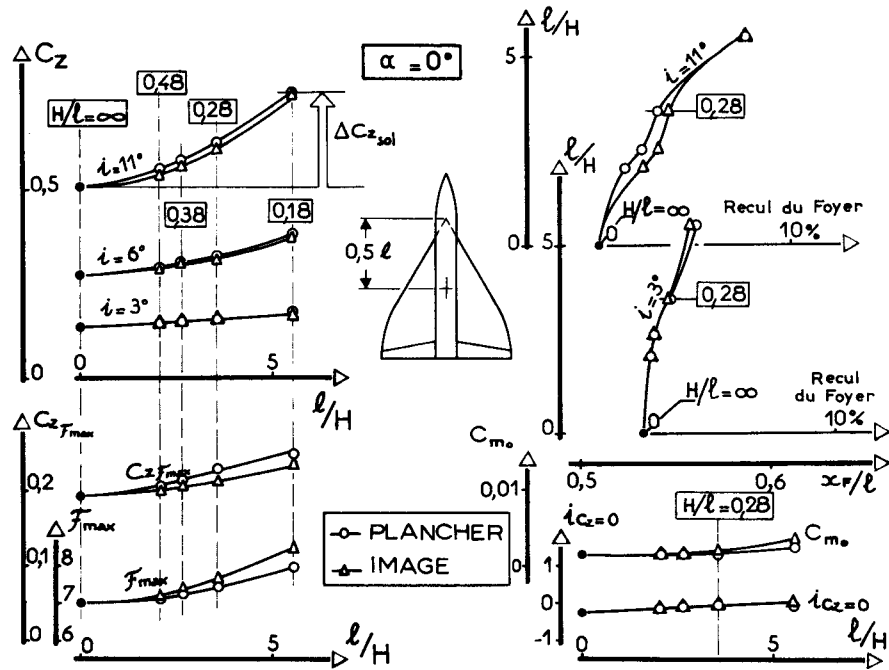


Fig. 22 - Maquette d'avion sans queue.

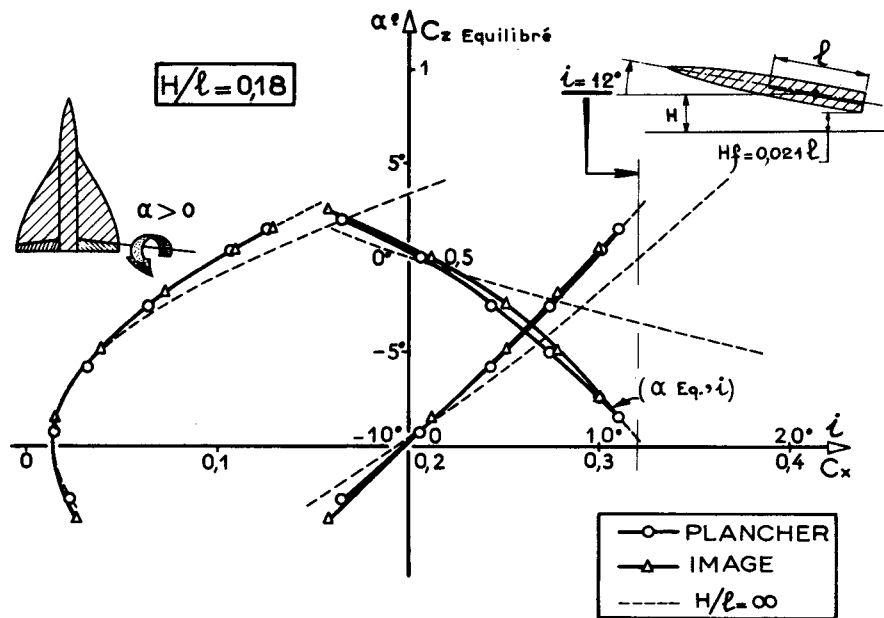


Fig. 23 - Maquette d'avion sans queue.
Centrage 0,51.

se retrouvent, par contre, sur la courbe $\alpha = f(i)$ de pilotage longitudinal.

La polaire équilibrée représentée figure 23 correspond à la plus faible altitude, $H/l = 0,18$, pouvant être obtenue en vol, compte tenu d'une disposition vraisemblable du train d'atterrissage : à cette altitude et à 12° d'incidence, l'arrière du fuselage se trouve presque au contact du sol.

A altitude plus grande, la concordance des résultats relatifs à la maquette équilibrée est très satisfaisante.

La figure 24 représente la variation en fonction de l'altitude des critères d'efficacité des élévons $\partial C_m / \partial \alpha$ et $\partial C_z / \partial \alpha$. On constate que l'efficacité des élévons en présence du sol est pratiquement la même, à altitude donnée, pour l'incidence nulle et pour l'incidence de 11° . En particulier, à l'altitude relative $H/l = 0,18$, pour laquelle le bord de fuite se rapproche très notablement du sol lorsque l'incidence passe de 0° à 11° , il est intéressant de noter que l'efficacité des élévons ne varie pas.

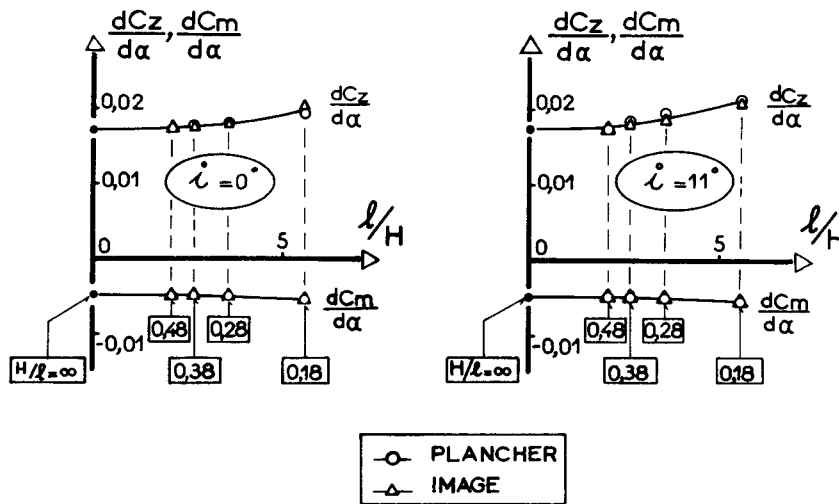


Fig. 24 - Maquette d'avion sans queue. Centrage 0,5 l.
Critères d'efficacité des élévons. ($7,5^\circ \geq \alpha \geq -15^\circ$)

L'expérience a d'ailleurs mis en évidence que les courbes $\Delta C_m = f(\alpha)$ et $\Delta C_z = f(\alpha)$ utilisées pour construire les graphiques de la figure 24, sont remarquablement linéaires dans un large domaine d'angles de braquage des élévons ($7,5^\circ \geq \alpha \geq -15^\circ$), même lorsque le bord de fuite de la maquette se trouve très près du sol. La concordance des résultats obtenus dans ces conditions avec maquette-image et avec plancher montre que la couche limite parasite de ce dernier n'affecte pas le fonctionnement aérodynamique des gouvernes de bord de fuite.

IV,3.2. MAQUETTE D'AVION A EMPENNAGE ARRIÈRE.

IV,3.2.1. Les essais de la maquette à empennage arrière visaient à préciser si la couche limite du plancher en aval de l'aile, n'est pas de nature à fausser gravement l'interaction du sol, en raison de la perturbation de l'écoulement susceptible d'intéresser l'empennage. L'expérimentation a été poussée jusqu'à des altitudes extrêmement faibles, au delà même de celles correspondant à l'avion dont l'atterrisseur serait au contact du sol.

La confrontation des résultats avec plancher et avec maquette-image présentée de façon condensée figure 25, montre que la méthode du plancher rend bien compte de l'accroissement de portance procuré par le sol, mais introduit, par contre, une distorsion notable du moment de tangage : l'accroissement du C_{m_0} dû à l'effet de sol et le recul du foyer sont plus réduits.

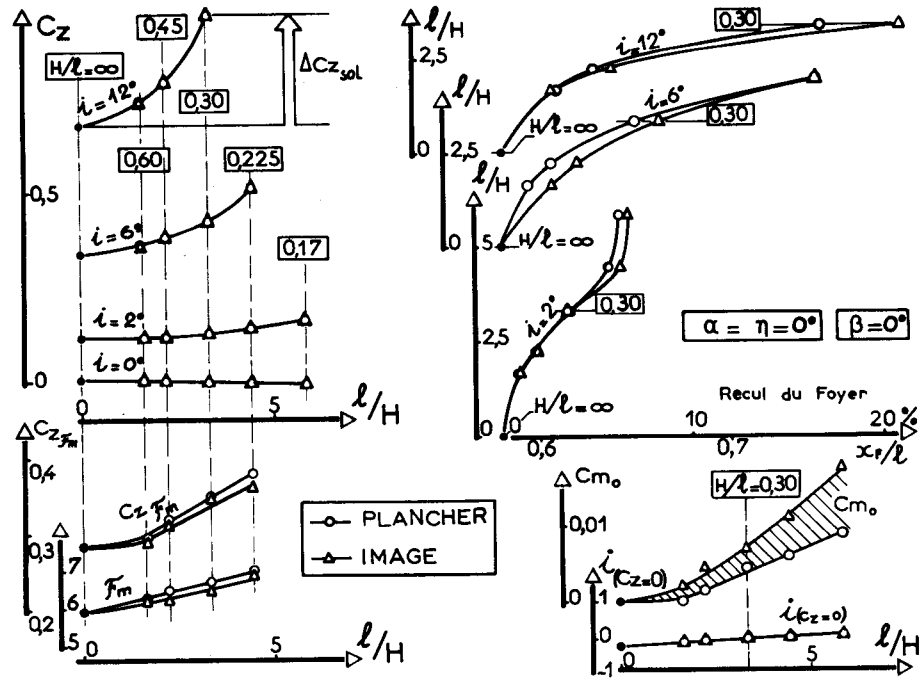


Fig. 25 - Maquette d'avion à empennage arrière.
Centrage 0,5551

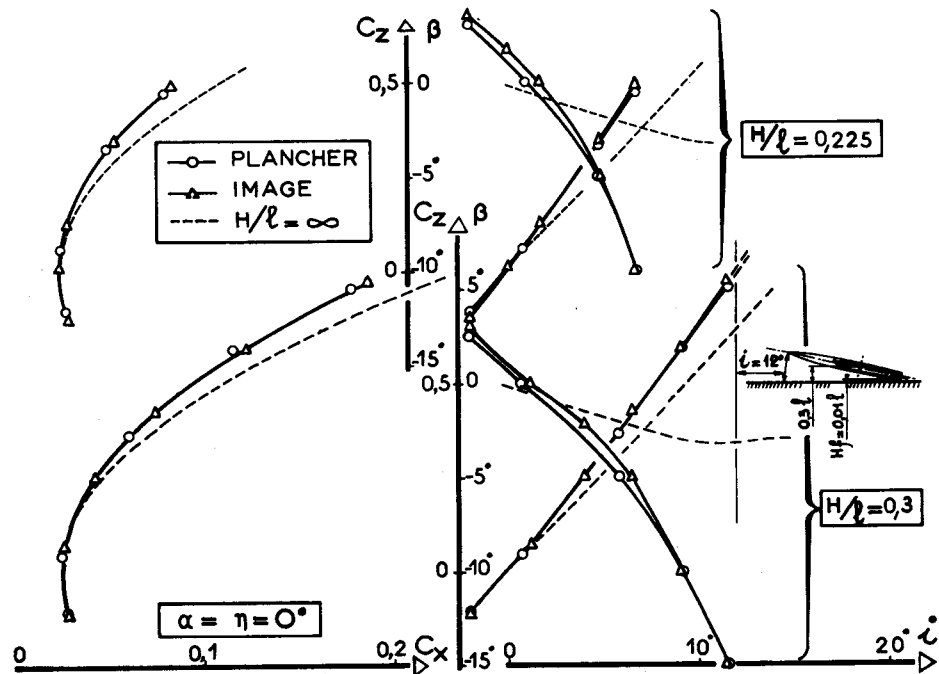


Fig. 26 - Maquette d'avion à empennage arrière.
Centrage 0,5551

Cependant, les polaires équilibrées établies d'après les mesures effectuées soit en présence du plancher, soit avec maquette-image (fig. 26) concordent relativement bien, mais les courbes de pilotage longitudinal $\beta = f(i)$ divergent légèrement (l'écart de braquage résultant de l'équilibrage de l'écart de moment signalé plus haut).

On notera que la polaire équilibrée construite pour l'altitude $H/\ell = 0,225$ ne correspond pas, en fait, à un cas de vol normalement possible; l'altitude minimale, susceptible d'être réalisée, train sorti, étant de l'ordre de $H/\ell = 0,3$. Elle a été figurée simplement pour montrer que le plancher permet, même à très basse altitude, d'obtenir des résultats encore satisfaisants pour ce type de maquette.

IV,3.2.2. Etant donné la possibilité d'utiliser, sur un avion à empennage arrière des volets hypersustentateurs (fig. 21), on a expérimenté la même maquette avec volets de courbure braqués. Pour éviter le décrochement prématuré des bouts d'aile, les volets ont été limités à 74 % de l'envergure de l'aile. Cette précaution s'étant d'ailleurs avérée insuffisante, il a fallu combiner le braquage α des volets avec le braquage η d'un bec pivotant de bord d'attaque.

Les résultats d'essais comparatifs par les méthodes de l'image et du plancher conduisent aux mêmes conclusions que celles tirées d'essais avec volets neutres :

- relativement bonne concordance des courbes de portance en fonction de l'incidence, à toutes les altitudes expérimentées (y compris les altitudes plus basses que celles possibles avec train sorti),
- accroissement du C_{m_0} et recul du foyer plus faibles par la méthode du plancher,
- accroissement de la finesse en présence du sol très légèrement plus grand par cette dernière méthode.

Avec empennage neutre, l'accroissement de portance, ΔC_z , procuré par le braquage des volets est corrélatif d'un fort moment piqueur qui croît, en valeur absolue, à mesure de l'approche du sol; la méthode du plancher et celle de l'image donnent des résultats concordants (fig. 27).

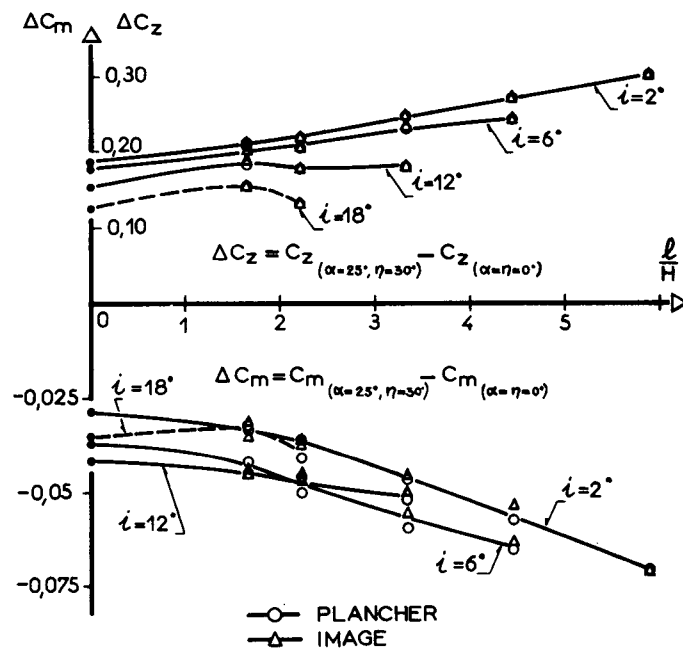


Fig. 27 - Maquette d'avion à empennage arrière $\beta = 0^\circ$
Centrage 0,555 l

Courbes d'accroissement de portance et de moment de tangage
dûs aux volets braqués ($\alpha = 25^\circ$; $\eta = 30^\circ$)

Par ailleurs, il a été vérifié avec volets non braqués que l'efficacité de l'empennage demeurait la même, quel que soit le mode de représentation du sol, pour des altitudes et incidences correspondantes. En conséquence, l'étude et l'équilibrage longitudinal avec volets braqués en présence du sol n'a pas fait l'objet d'essais comparatifs par les méthodes de l'image et du plancher.

IV,3.2.3. En dehors de toute préoccupation relative à la validation de la méthode du plancher, l'expérimentation de la maquette avec volets braqués a été poursuivie par la méthode de l'image, afin de faire ressortir l'importance réelle de l'apport de portance équilibrée près du sol, dû aux volets hypersustentateurs (fig. 28). Cette dernière figure met en évidence l'accroissement considérable du braquage de l'empennage nécessaire pour obtenir l'équilibrage longitudinal près du sol à grande incidence, soulignant ainsi le grand intérêt de l'expérimentation de telles maquettes d'avions avec représentation du sol, dès le stade de l'avant-projet. Par contre, on notera qu'aux faibles valeurs de la portance, le $\Delta\beta$ dû à l'interaction du sol tend à s'inverser, à cause de l'accroissement du C_{m_0} provoqué près du sol par l'effet de cambrure qui résulte des volets braqués, comme le laissent prévoir, qualitativement tout au moins, les considérations théoriques relatives à l'aile sans flèche (§ II).

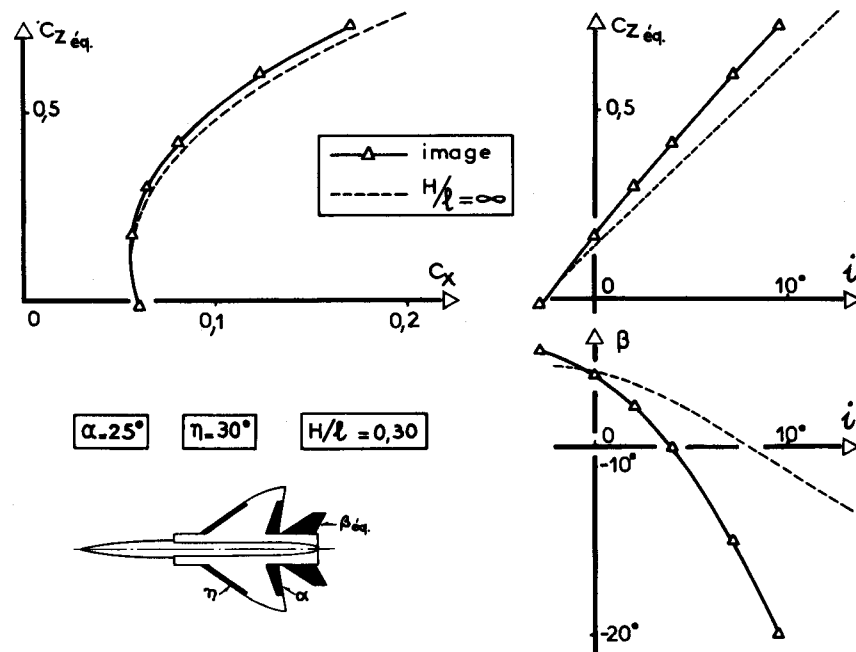


Fig. 28 - Maquette d'avion à empennage arrière.
Centrage 0,555 l

Les portances en vol équilibré ($C_m = 0$), qui sont rapprochées figure 29 de celles obtenues volets non braqués, montrent que le bilan de l'hypersustentation, bien que positif, est cependant moins favorable que l'on aurait pu l'espérer car l'équilibrage engendre une déportance de plus en plus grande à l'approche du sol.

Ainsi, pour l'incidence 12° qui correspond sensiblement à l'incidence maximum accessible à l'altitude relative $H/l = 0,3$ (l'arrière du fuselage toucherait le sol à $12,6^\circ$), la portance équilibrée avec volets braqués n'est supérieure à celle obtenue avec volets neutres que de 8,8% (C_z équilibrés respectifs 0,87 et 0,80). A cette même incidence, mais hors de l'effet de sol, les volets braqués apportent un gain de C_z équilibré de l'ordre de 14% (C_z équilibré avec volets braqués = 0,73 et avec volets neutres 0,64).

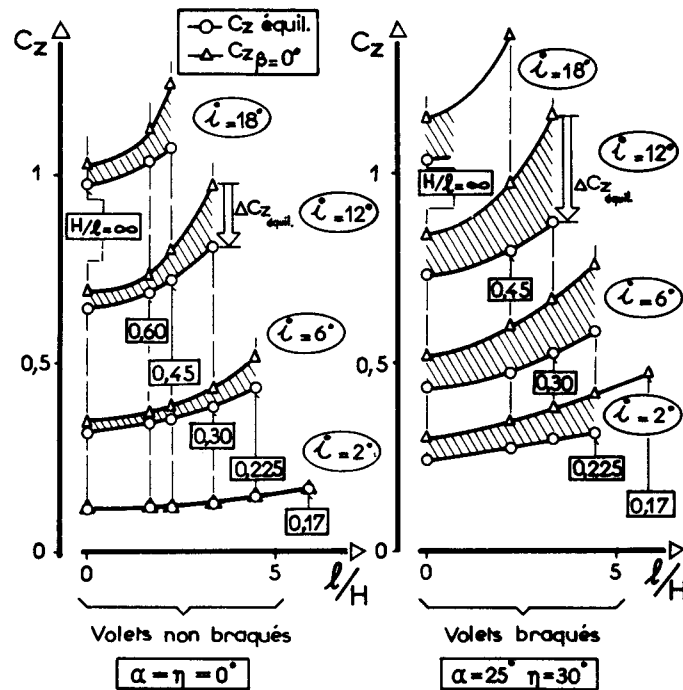


Fig. 29 - Maquette d'avion à empennage arrière.
Centrage 0,555 l

Néanmoins, grâce aux effets combinés de l'interaction du sol et des volets, la portance équilibrée en vol au ras du sol à l'incidence maximale de 12° est supérieure de 36 % à celle obtenue hors de l'effet de sol avec volets neutres.

V- CONFRONTATION ENTRE LES RÉSULTATS OBTENUS EN SOUFFLERIE ET EN VOL

- La documentation sur ce sujet n'est relativement abondante que pour des avions de formes périmées et présente de ce fait un intérêt très limité.
- En ce qui concerne plus particulièrement les essais exécutés à Cannes par la méthode du plancher, il n'existe actuellement que des comparaisons de résultats très fragmentaires relatifs au pilotage longitudinal d'un avion sans queue de 60° de flèche.

Les mesures pouvant être confrontées (fig. 30) donnent, en fonction du C_z équilibré, les valeurs correspondantes d'angles de braquage des élévons.

Les essais en vol ont été répétés à deux altitudes extrêmement faibles qui encadrent la valeur de l'altitude relative étudiée en soufflerie.

Un examen de l'étagement des éléments de courbes $\alpha = f(C_z \text{ équil.})$ en fonction de l'altitude relative, montre que les mesures obtenues en soufflerie s'insèrent convenablement entre celles obtenues en vol.

La concordance des résultats est soulignée davantage par le graphique représenté sur la moitié inférieure de la figure 30, qui montre l'évolution, en fonction de l'altitude relative, du critère

$$\frac{\partial \alpha_{\text{élévons}}}{\partial C_z}$$

relevé d'après les éléments de courbes $\alpha = f(C_{z \text{ équil.}})$ résultant d'essais en vol et d'essais en soufflerie.

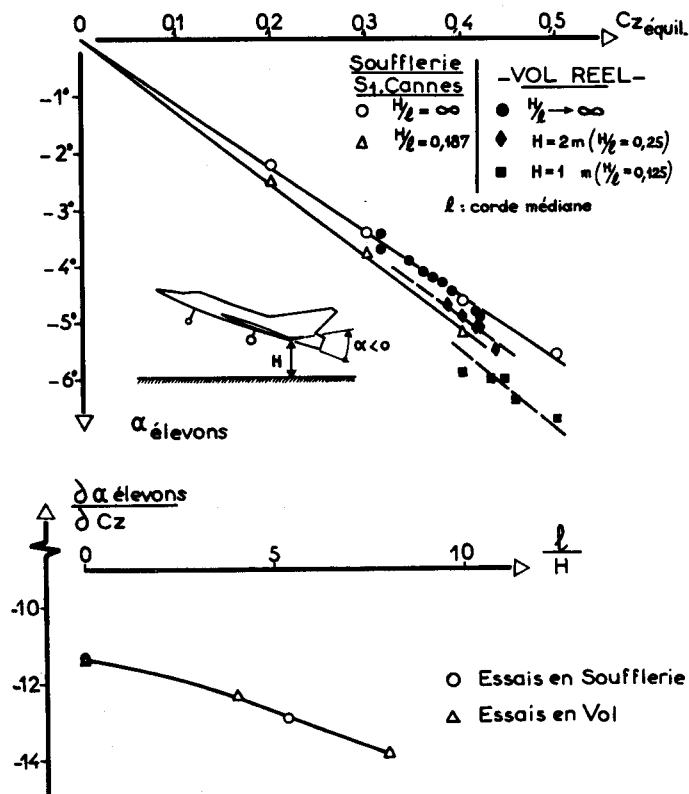


Fig. 30 - Avion Δ . $\varphi = 60^\circ$
 Comparaison de résultats d'essais en Soufflerie
 et de résultats d'essais en vol.

VI - MÉTHODE EMPIRIQUE DE PRÉVISION DE L'EFFET DE SOL DANS LE CAS DES AILES DELTA ÉLANCÉES

Les résultats expérimentaux relatifs à l'évolution de l'interaction du sol avec l'altitude relatifs aux ailes delta minces et à flèche assez prononcée, dénotent une certaine analogie avec ceux concernant les ailes droites.

En dépit de cette observation, il a été vérifié, à partir des résultats expérimentaux, que l'effet de sol des ailes delta ne satisfait pas aux formules de PRANDTL et BETZ (§ II) expriment les variations d'angle induit et de traînée induite en fonction de l'altitude relative, même en ajustant les valeurs numériques du coefficient σ à l'angle de flèche φ de l'aile delta.

Il a été vérifié également que cette tentative de regroupement des résultats expérimentaux n'est pas améliorée en choisissant en fonction de φ la position du point de référence qui sert à repérer l'altitude de l'aile au dessus du sol.

VI.1. DESCRIPTION DE LA MÉTHODE.

En conséquence, on a cherché à définir plus directement l'interaction du sol en fonction de l'altitude.

L'examen des résultats expérimentaux de différentes ailes élancées a permis, en effet, de constater qu'à altitude donnée $H/\ell = c^{te}$, l'accroissement relatif $\frac{\Delta C_z}{C_{z\infty}}$ (fig. 31) de la portance obtenue hors de l'effet de sol à la même incidence, varie à peu près linéairement en fonction de l'incidence, la pente de la droite $\left(\frac{\Delta C_z}{C_{z\infty}}\right)_{\frac{H}{\ell}=c^{te}} = f(\alpha)$ variant en sens inverse de l'altitude relative, comptée comme précédemment à partir d'un point situé à 55 % de la corde.

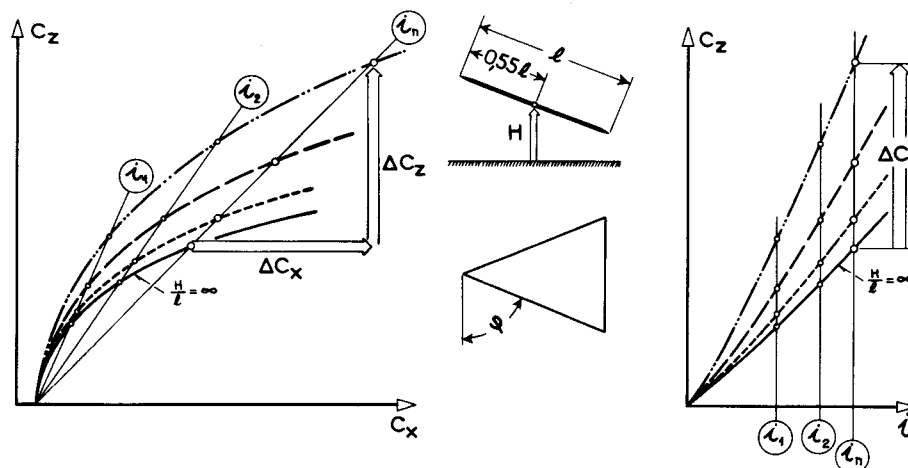


Fig. 31

Cependant, si l'on réfère l'altitude au point de l'aile situé non plus au "centrage" voisin du foyer, mais à 75 % de la profondeur de la corde médiane, indépendamment de la forme en plan de l'aile considérée, la valeur de l'accroissement relatif de portance, $\left(\frac{\Delta C_z}{C_{z\infty}}\right)_{\frac{H_{75\%}}{\ell}}$, devient sensiblement invariable en fonction de l'incidence et ne dépend plus que de l'altitude $\frac{H_{75\%}}{\ell}$ et de l'angle de flèche de l'aile.

Reportant les valeurs $\left(\frac{\Delta C_z}{C_{z\infty}}\right)_{\frac{H_{75\%}}{\ell}}$, relevées à même altitude relative pour des ailes delta d'angles de flèche différents et même pour des ailes delta gothiques, en fonction de l'allongement de l'aile delta de base ou plus simplement en fonction de $\cotg \varphi$, on obtient des points alignés suivant des droites, ainsi qu'il est figuré schématiquement dans le coin supérieur droit de la figure 32.

L'équation de ces droites s'écrit $\frac{\Delta C_z}{C_{z\infty}} = \alpha \cotg \varphi + \xi$,

où α et ξ sont calculés à partir des résultats d'expériences et représentés figure 32 en fonction de $\frac{H_{75\%}}{\ell}$.

Par ailleurs, l'examen des faisceaux de polaires de la figure 31, obtenus pour différentes altitudes H/ℓ , permet de constater que les points expérimentaux correspondant à une même incidence se trouvent alignés sur une droite, dont l'inverse de la pente caractérise le rapport $\frac{\Delta C_x}{\Delta C_z}$ de l'accroissement de traînée à l'accroissement de portance dûs à l'interaction du sol, indépendamment de l'altitude relative considérée.

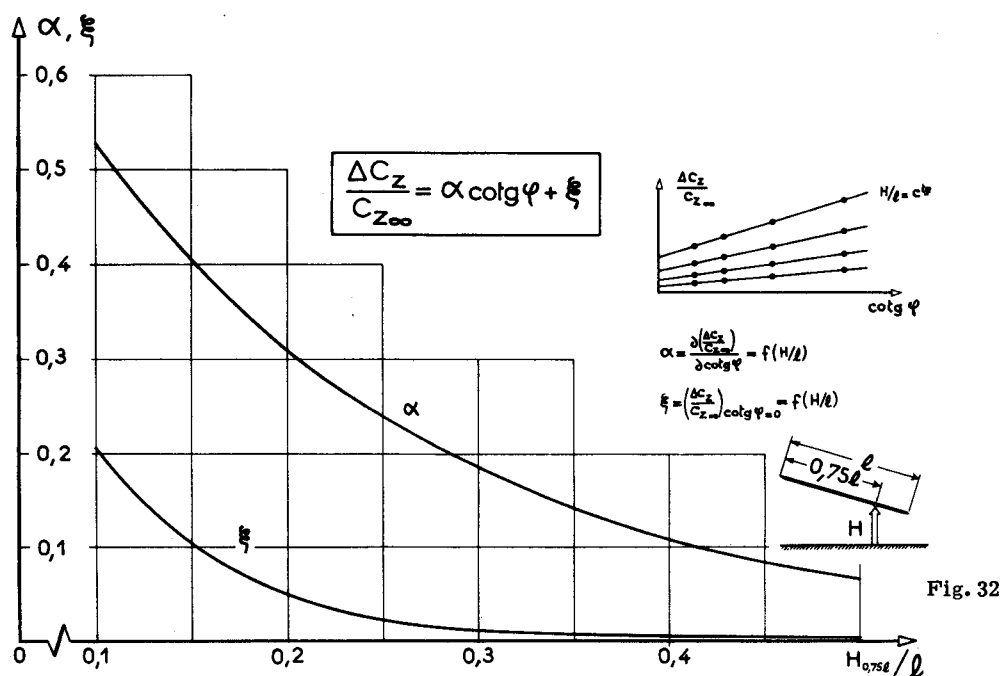


Fig. 32

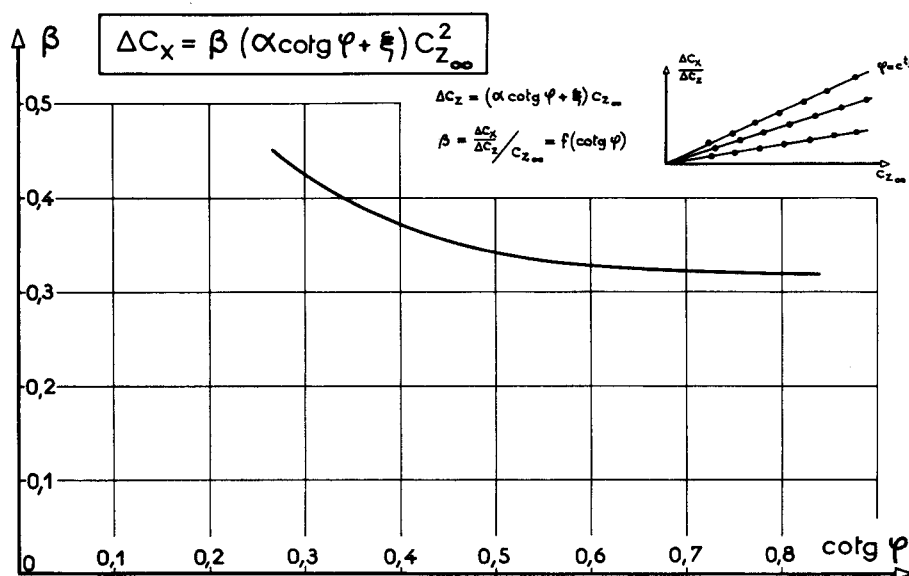


Fig. 33

Reportant, pour une aile donnée, $\Delta C_x / \Delta C_z$ en fonction de la portance obtenue à même incidence hors de l'effet de sol, on obtient des points remarquablement alignés avec l'origine.

En répétant cette construction à partir des résultats d'expériences de différentes ailes delta et d'ailes delta-goethiques, on obtient un faisceau de droites dont la pente n'est fonction que de l'angle de flèche nominal du bord d'attaque, comme schématiquement représenté dans le coin supérieur droit de la figure 33. La pente β de ces droites est donnée graphiquement, en fonction de $\cotg \varphi$, sur la figure 33.

En ce qui concerne la modification du moment de tangage due à l'interaction du sol, la prévision des résultats est beaucoup plus difficile.

En particulier, lorsque en écoulement illimité la courbe $C_z = f(C_m)$ présente des irrégularités, comme c'est souvent le cas pour ce type d'ailes (décollement des extrémités, développement des nappes tourbillonnaires, ...), celles-ci se retrouveraient nécessairement sur les courbes calculées, tandis que l'expérience montre, au contraire, une atténuation très notable des impuretés des courbes $C_z = f(C_m)$, près du sol.

Des tentatives faites pour exprimer simplement, en fonction des paramètres de position par rapport au sol et des paramètres de forme de l'aile, l'amplitude du recul du centre de poussée, se sont avérées infructueuses. En particulier, pour une même forme en plan et à des altitudes et incidences égales, deux ailes ne différant que par le profil n'ont pas le même recul du centre de poussée, d'après les résultats expérimentaux.

Il n'est donc pas possible d'en tenter valablement une prévision comme on a pu le faire pour l'accroissement de portance et de traînée.

VI,2. EXEMPLE D'APPLICATION.

A titre d'exemple d'application de la méthode empirique de prévision de $\Delta C_{z_{sol}}$ et $\Delta C_{x_{sol}}$ on trouvera figures 34 à 38 la confrontation entre les résultats d'expériences de différentes ailes en présence du sol et la prédétermination des courbes $C_z = f(i)$ et $C_z = f(C_x)$, à partir des mesures faites hors de l'influence du sol. Cette prévision a été faite, comme il a été exposé ci-dessus en utilisant l'altitude référée à 75 % de la corde, mais sur chaque planche, la hauteur relative H/l a été repérée pour un point voisin du foyer.

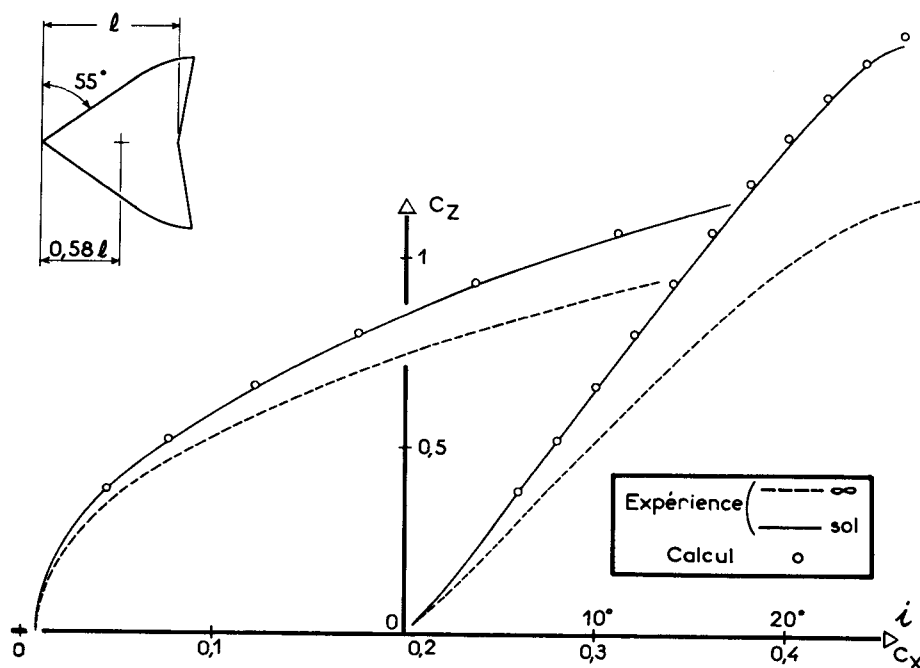


Fig. 34 - Calcul de la polaire en présence du sol.
Aile delta gothique échancrée $H/l = 0,225$ (H à $0,58 l$)

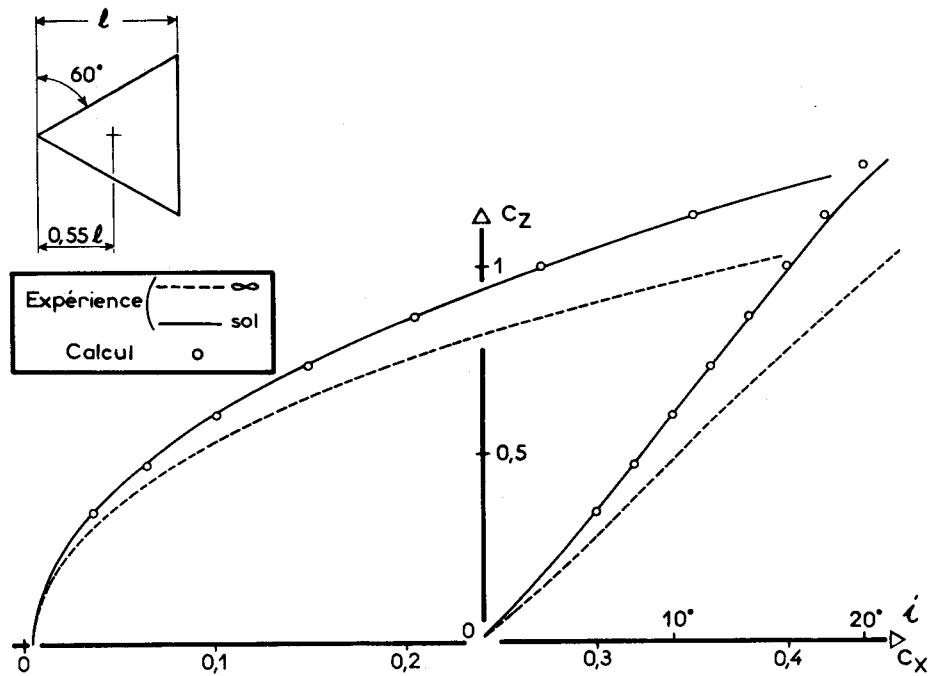


Fig. 35 - Calcul de la polaire en présence du sol.
Aile delta $\varphi = 60^\circ$ $H/l = 0,225$ (H à $0,55 l$)

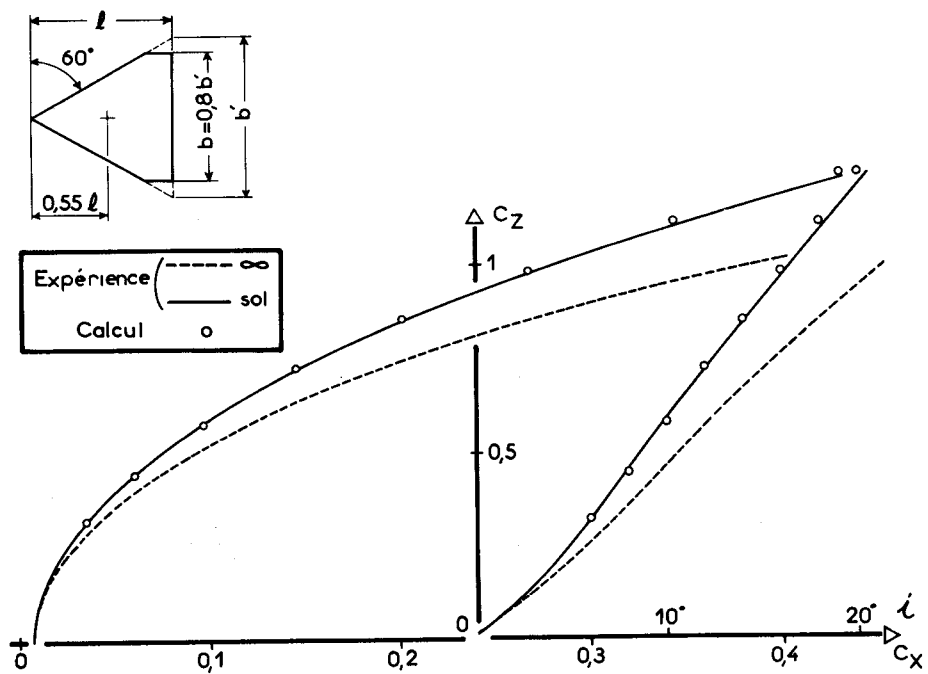


Fig. 36 - Calcul de la polaire en présence du sol.
Aile delta $\varphi = 60^\circ$ tronquée $H/l = 0,225$ (H à $0,55 l$)

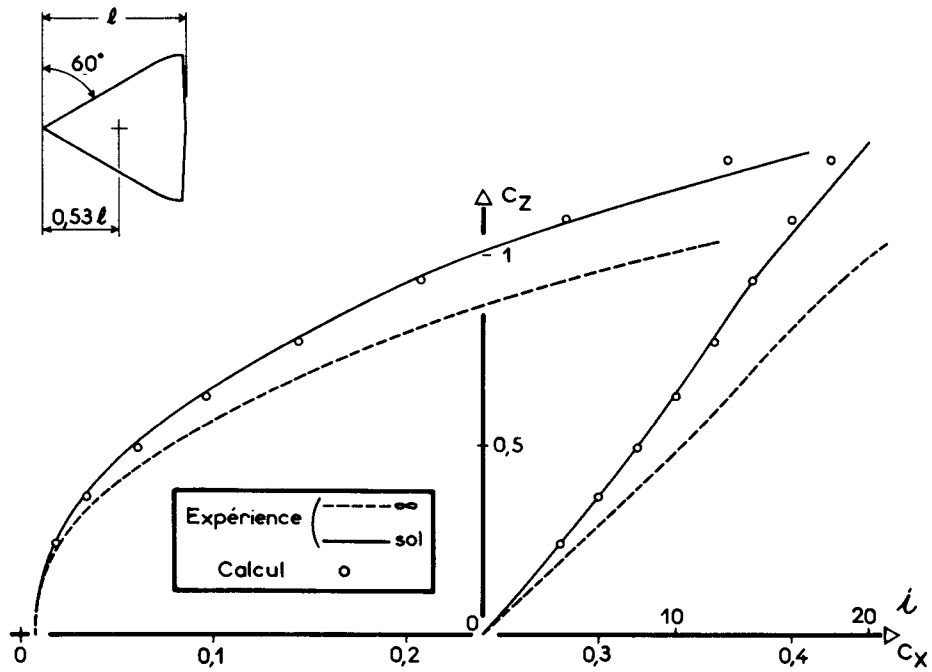


Fig. 37 - Calcul de la polaire en présence du sol.
Aile de l'avion représenté fig. 39 $H/l = 0,203$ (H à $0,53l$)

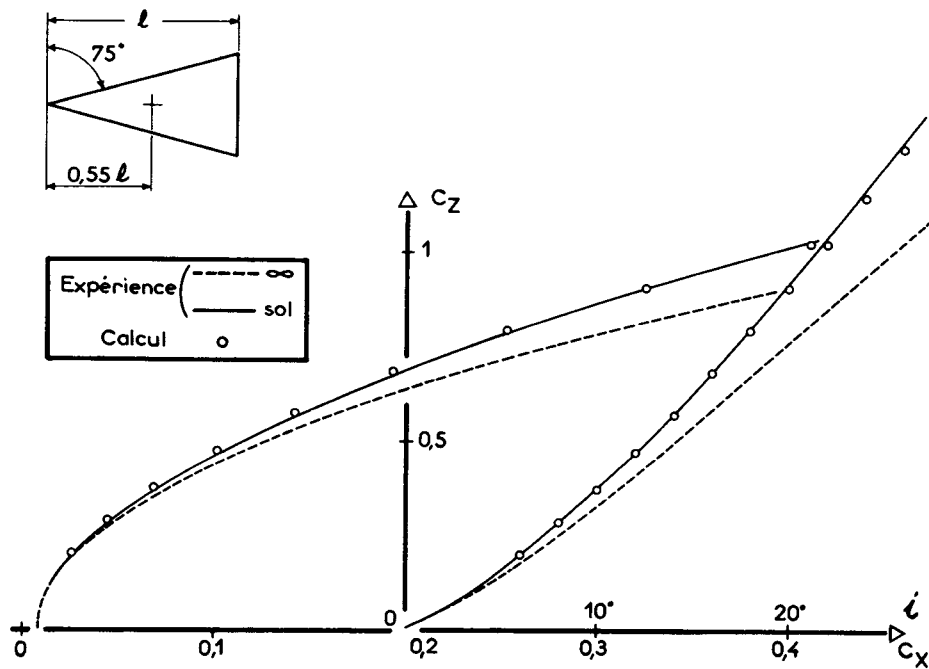


Fig. 38 - Calcul de la polaire en présence du sol.
Aile delta $\varphi = 75^\circ$ $H/l = 0,225$ (H à $0,55l$)

Les figures 39 à 41 concernent des comparaisons analogues, mais il s'agit dans ce cas de maquettes d'avions sans queue ou tout au moins de combinaisons aile + fuselage, pour lesquelles la prédétermination de l'interaction au sol a été faite comme s'il s'agissait d'ailes isolées. On constate, dans l'ensemble, un accord assez satisfaisant entre l'expérience et le calcul.

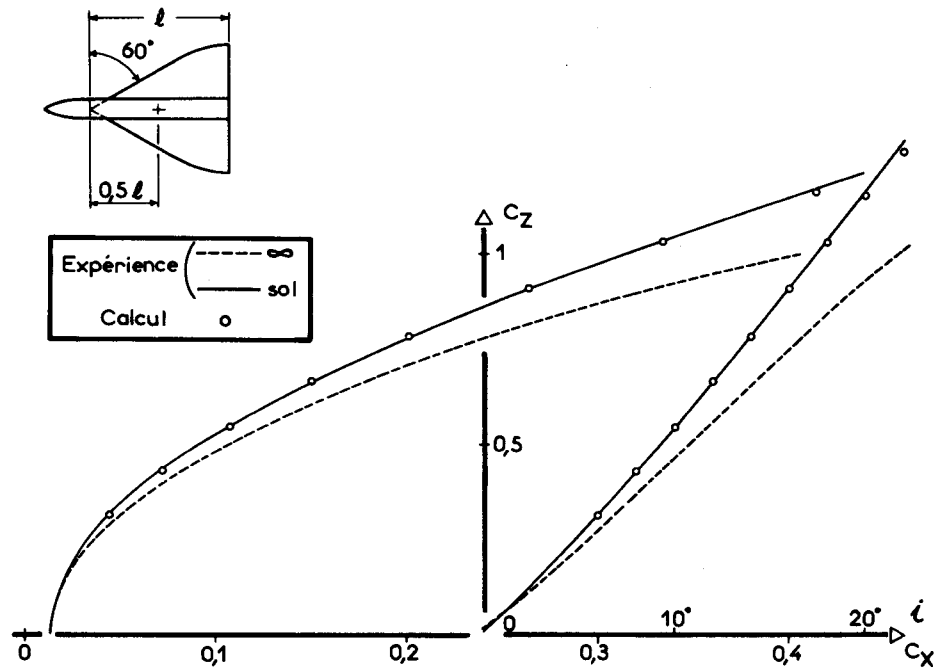


Fig. 39 - Calcul de la polaire en présence du sol.
Avion sans queue à aile delta-gothique $H/l = 0,280$ (H à $0,50l$)

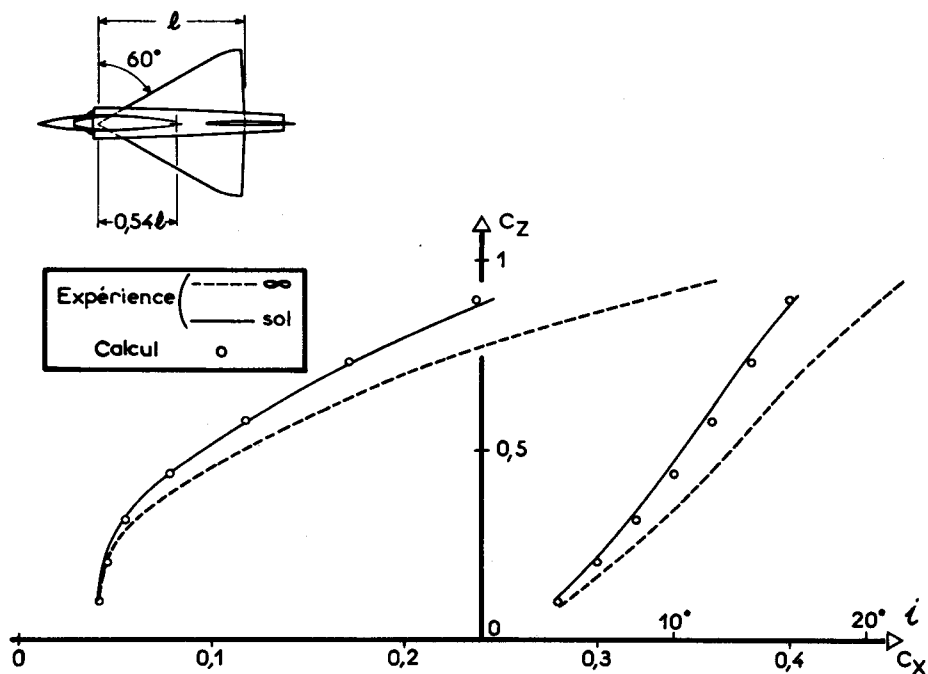


Fig. 40 - Calcul de la polaire en présence du sol.
Avion sans queue à aile delta $H/l = 0,210$ (H à $0,54l$)

On notera, cependant, dans le cas de la maquette d'avion de la figure 40, un écart assez sensible entre la portance mesurée près du sol et celle prédéterminée par le calcul. Ceci provient, en partie, de ce que l'expérience a été effectuée avec un braquage négatif des élévons qui confère à l'aile une cambrure négative donnant lieu, près du sol, à une diminution de l'angle de portance nulle alors que le calcul effectué à partir des graphiques des figures 32 et 33 se rapporte à une aile non cambrée.

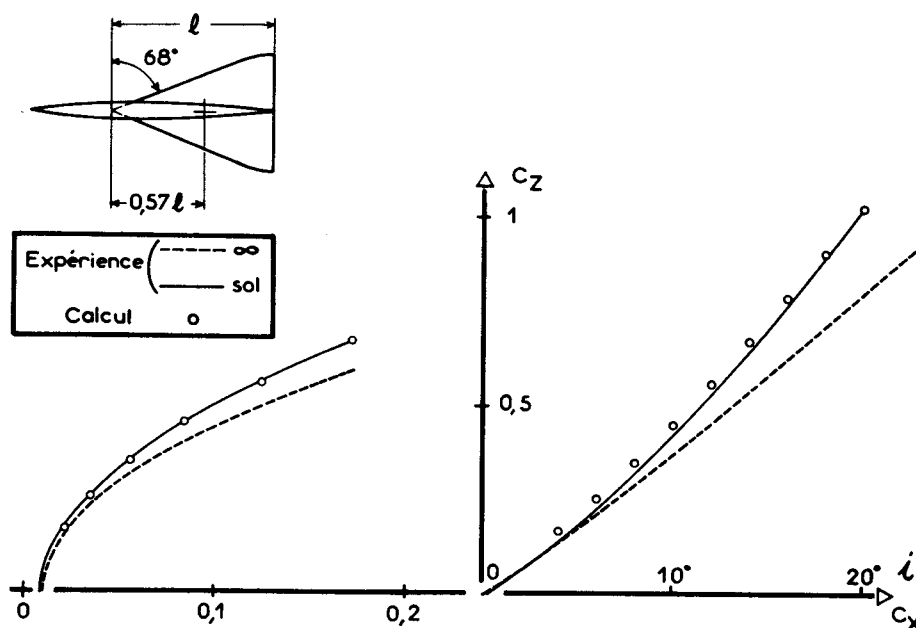


Fig. 41 - Calcul de la polaire en présence du sol.
Aile + Fuselage $H/l = 0,204$ (H à $0,57 l$)

VII - CONCLUSIONS

VII,1.

L'accroissement de l'interaction du sol qui se manifeste à mesure de la réduction de l'altitude relative, est d'autant plus important que l'allongement de l'aile considérée est faible. Cet effet est particulièrement accusé pour les ailes élancées (fig. 42).

Il est intéressant d'observer par ailleurs que, pour des avions dotés de ce type d'ailes, l'altitude relative, H/l , au décollage et à l'atterrissage est très notablement inférieure à celle d'avions de grand allongement, pendant les mêmes phases de vol.

Ces circonstances concourent donc à rendre très importante l'interaction du sol pour les avions à aile élancée, dont l'étude expérimentale en soufflerie doit retenir l'attention des ingénieurs.

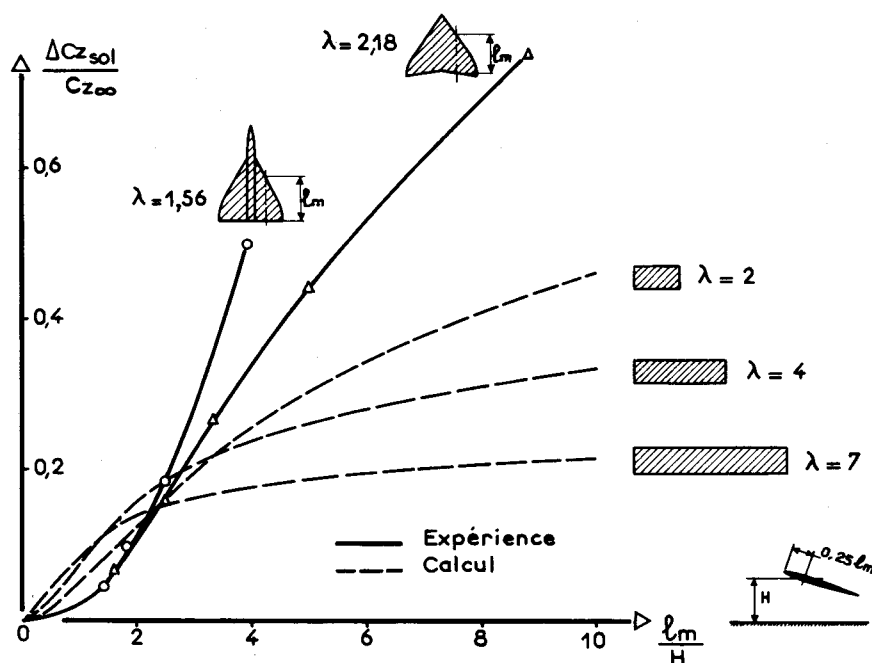


Fig. 42 - Accroissement de portance dû à l'effet de sol.

VII,2.

Alors que pour des ailes droites, la méthode de simulation du sol au moyen d'un plancher fixe conduit à des résultats grossièrement erronés comparativement à ceux donnés par la méthode de l'image, la comparaison des résultats obtenus par ces deux méthodes sur des ailes en delta, ou des avions schématiques munis de telles ailes, conduit à un bon accord d'ensemble, avec toutefois des écarts mis en évidence au § IV.

La méthode du plancher permet d'obtenir des valeurs relativement approchées des effets d'interaction du sol, avec maquettes d'avions dotés d'ailes à forte flèche. En particulier, les accroissements de la portance et de la finesse aérodynamique résultant de l'interaction du sol sont très correctement obtenus par la méthode du plancher, même lorsque l'aile est hypersustentée et que la maquette comporte un empennage arrière.

En ce qui concerne la stabilité longitudinale de ce type de maquette, la méthode du plancher minimise très légèrement le recul du foyer et le C_{m_0} , mais les répercussions de ces erreurs systématiques sur les caractéristiques aérodynamiques de la maquette équilibrée sont à peine sensibles; seule la courbe de pilotage longitudinal s'en trouve légèrement affectée, sans pour autant que son allure générale soit modifiée.

Dans ces conditions il est raisonnable, pour étudier l'effet de sol sur des avions modernes à ailes élancées, d'utiliser la méthode du plancher fixe. Le tapis roulant assure seul une similitude correcte, mais sa mise en œuvre est difficile. Une comparaison a été donnée entre plancher et tapis roulant, d'après les résultats du R.A.E.

VII,3.

Les résultats obtenus en soufflerie, soit avec plancher, soit par la méthode de l'image, doivent subir des corrections de paroi appropriées. De telles corrections ont été calculées d'après les méthodes et formules développées en annexe.

VII,4.

Une comparaison intéressante entre des résultats obtenus avec plancher fixe dans la soufflerie de Cannes et des résultats de vol a pu être donnée sur un avion moderne; on a vu qu'elle conduit à un accord satisfaisant entre les deux résultats.

RÉFÉRENCES

- [1] L. PRANDTL. — *Ergebnisse der aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen*. Vol. II, Chap. IV, Sect. 5, p.41.
- [2] C. WIESELSBERGER. — *Über den Flügelwiderstand in der Nähe des Bodens*, Z.F.M. 31-V-1921, n° 10.
- [3] A. BETZ. — *The lift and drag of a wing in proximity to the ground*. Mc. COOK FIELD MEMORANDUM, Rep. n° 167 (1925).
- [4] M.A. TOUSSAINT. — *Contribution à l'étude expérimentale des lois de similitude en aérodynamique*. Thèse n° 1809 présentée en 1924 à la Faculté des Sciences de Paris.
- [5] E.J. REID. — *A full scale investigation of ground effect*. N.A.C.A. Report n° 265 (1927).
- [6] M.A. TOUSSAINT. — *Contribution à l'étude de l'interaction sol pour des ailes sustentatrices*. C.R. Acad. Sc. t. 199, (1934), p. 1095-1096.
- [7] M.A. TOUSSAINT. — *Aérodynamique appliquée (1ère partie)*. Cours E.S.T. Aé. Appendice II (1934-1935).
- [8] S. TOMOTIKA, T. NAGAMIYA and Y. TAKENOUTI. — *The lift on a flat plate placed near a plan wall*. Aero. Res. Inst. Tokyo, Report n° 97, (1933).
- [9] G. DÄTWYLER. — *Untersuchungen über das Verhalten von Tragflügelprofilen sehr nahe am Boden*. Mitteilungen aus dem Inst. für Aerodynamik E.T.H. Zurich, n° 1, Verlag Leemann, Zurich, (1934).
- [10] S. TOMOTIKA. — *The lift acting on a flat plate in a stream bounded by an infinite plane wall*. Aero. Res. Inst. Tokyo, Report n° 100, (1934).
- [11] S. TOMOTIKA. — *Further studies on the effect of the ground upon the lift of a monoplane aerofoil*. Aero. Res. Inst. Tokyo, Report n° 120, (1935).
- [12] W. MÜLLER. — *Abbildungstheoretische Grundlagen für das Problem des Tragflügels in Erdbodennähe*. Z.A.M.M. (1931), t. 11, fasc. 3.
- [13] P. DE HALLER. — *La portance et la traînée induite minimum d'une aile au voisinage du sol*. Mitteilungen aus dem Inst. für Aerodynamik E.T.H. Zürich n° 4/5 (1936). Verlag Leemann - Zürich.
- [14] E. TÖNNIES. — *Der Bodeneffekt beim Fluge in der Erdnähe*. Z.F.M., n° 6, (1932), p. 157-164.
- [15] E. PISTOLESI. — *Il problema dell'ala in vicinanza del suolo*. L'Aerotecnica, vol. XIII, (1933), pp. 351, 360, 501, 502.
- [16] M. NENADOVITCH. — *Recherches sur les cellules biplanes rigides d'envergure infinie*. P.S.T., fasc. 35, (1933).
- [17] M. LESUEUR. — *L'influence du voisinage du sol sur l'envol et l'atterrissage des avions*. La Science Aérienne, vol. III, n° 1 (10), (1934).
- [18] E. PISTOLESI. — *Teorie ed esperienze sul problema dell'ala in vicinanza del suolo*. L'Aerotecnica, vol. XV, (1935), pp. 393, 417.
- [19] I. TANI, M. TAIMA and S. SIMIDU. — *The effect of ground on the aerodynamic characteristics of a monoplane wing*. Aero. Res. Inst. Tokyo. Report n° 156, (1937).
- [20] L. VIAUD. — *Méthode expérimentale pour l'étude en Soufflerie de l'interaction du sol*. C.R. Acad. Sc., t. 206, (1938), p.817.
- [21] L. MALAVARD. — *Etude de quelques problèmes relevant de la théorie des ailes*. P.S.T., n° 153, (1939), p. 136 à 138 et 166 à 171.
- [22] Y. HAMAL. — *Modification des propriétés aérodynamiques d'une aile au voisinage du sol*. Centre National d'Etudes et de Recherches Aéronautiques (Bruxelles), Mémoire n° 4 (1953).

.....

- [23] W. BIRNBAUM. - *Die tragende Wirbelfläche als Hilfsmittel zur Behandlung des ebenen Problems der Tragflügeltheorie.* ZAMM (1923), p. 290.
 - [24] J. WILLIAMS and S.F.J. BUTLER. - *Further developments in low-speed wind-tunnel techniques for V/STOL and high-lift model testing.* R.A.E. T.N. AERO 2944, (1964).
 - [25] A. BÉVERT. - *Technique d'essais de soufflage dans la soufflerie de Cannes.* Rech. Aér., n° 67, (1958).
 - [26] A. BÉVERT et A. DE SIEVERS. - *Balance G.S. de la Soufflerie de Cannes.* Rech. Aér., n° 6, (1948).
 - [27] K.J. GRUNWALD. - *Wall effects and scale effects in VFSTOL model testing by the staff of the Power-Lift Aerodynamics section NASA LANGLEY Research Center - LANGLEY Station, Hampton, Va Presented at the A.I.A.A. Navy Aerodynamic testing conference 9, 10 mars 1964.*
 - [28] KARMAN and BURGERS. - *Influence of boundaries in the field of motion around airfoil systems.* Aerodynamic Theory, (W. Durand). Vol. II, division E, IV, c, Springer 1935.
 - [29] K. KONDO. - *The wall interference of wind tunnels with boundaries of circular arcs.* Aeronaut. Res. Inst. Tokyo, Report n° 126, (1935).
-

ANNEXE

CORRECTIONS DE PAROIS EN VEINE CIRCULAIRE APPLICABLE AUX ESSAIS AVEC REPRÉSENTATION DU SOL

I - GÉNÉRALITÉS

Le but de ces corrections est de déterminer, à partir de mesures effectuées dans la veine limitée d'une soufflerie, les résultats qui seraient obtenus en fluide illimité et en présence d'un sol plan infini.

La méthode de calcul des corrections de parois est due à PRANDTL; elle se rattache directement à la théorie linéaire de l'aile d'envergure finie.

L'étude qui suit montre que ces corrections sont beaucoup plus faibles que celles relatives à la même maquette, sans représentation du sol. Cette remarque justifie certaines approximations de calcul dans un but de simplification. En particulier, quelle que soit la forme en plan de l'aile et même dans le cas d'une aile élancée, celle-ci pourra être schématisée par un segment portant.

Il a été vérifié, en effet, que l'application de corrections de parois établies selon cette hypothèse à des résultats obtenus dans la même soufflerie avec des maquettes d'ailes élancées homothétiques, mais de tailles très différentes, permet un regroupement remarquable des résultats qui, avant correction, divergent notablement.

Par ailleurs, dans l'hypothèse d'une distribution variable de la circulation le long de l'envergure du segment portant représentant l'aile, le calcul est effectué en ramenant le problème au cas plus simple de la distribution constante de circulation, grâce à l'artifice de "l'envergure réduite" dû à KARMAN et BURGERS [28].

Cet artifice consiste à remplacer le segment portant d'envergure $2b$, ayant une répartition de circulation quelconque, par un segment portant présentant une distribution de circulation constante, mais dont l'envergure réduite $2b'$ est telle que le champ de vitesses à une certaine distance soit pratiquement le même que celui engendré par le "segment portant" $2b$.

Dans le cas où la répartition de circulation est elliptique, "l'envergure réduite $2b'$ " s'exprime en fonction de l'envergure réelle $2b$, par la relation

$$(1) \quad 2b' = \sqrt{\frac{3}{4}} \, 2b.$$

La simplification qui résulte de la substitution du segment $2b'$ au segment portant $2b$ permet la schématisation de l'aile réelle par un tourbillon en fer à cheval; les tourbillons libres étant concentrés en deux tourbillons marginaux.

On traduit l'influence des parois en écrivant que le potentiel des vitesses Φ de l'écoulement obtenu en soufflerie est la somme du potentiel des vitesses f_∞ correspondant à l'écoulement illimité et d'un potentiel complémentaire f_c , régulier à l'intérieur de la région délimitée par le contour de la veine, qui provient de la contrainte imposée par celui-ci

$$(2) \quad \Phi = f_\infty + f_c.$$

Dans le cas de la veine guidée, la composante normale de la vitesse à la paroi étant nulle, le potentiel complémentaire f_c devra satisfaire à la condition suivante :

$$(3) \quad \frac{\partial \Phi}{\partial n} = \frac{\partial f_\infty}{\partial n} + \frac{\partial f_c}{\partial n} = 0 \quad (n, \text{ normale à la paroi}),$$

la détermination de f_c constitue donc un problème de Neumann.

Dans le cas de la veine libre, le contour doit être une isobare et le potentiel complémentaire devra être tel que la condition suivante soit vérifiée **sur le contour** :

$$(4) \quad \Phi_{\text{contour}} = f_\infty + f_c = C^{\text{te}} \quad (\text{problème de Dirichlet}).$$

Par ailleurs, on peut écrire

$$(5) \quad f_\infty = \alpha U_0 + f',$$

où αU_0 représente le potentiel dû à la vitesse générale U_0 et f' le potentiel des vitesses de perturbation propres au champ de l'aile.

Les deux conditions précédentes relatives au potentiel complémentaire f_c s'écrivent donc respectivement :

$$(3') \quad \frac{\partial f'}{\partial n} = - \frac{\partial f_c}{\partial n} \quad (\text{veine guidée}) \quad \text{et} \quad (4') \quad f'_{\text{contour}} = - f_c + C^{\text{te}} \quad (\text{veine libre}).$$

A l'infini amont de l'aile le potentiel de perturbation est uniforme et constant ou simplement nul, car l'influence de l'aile ne s'y fait pas sentir.

Loin en aval, ce potentiel ne résulte pratiquement que des tourbillons libres issus de l'aile, il est donc indépendant de la position longitudinale de la section de veine considérée et n'est plus fonction que des variables de position y et x .

La vitesse perturbatrice $u = \frac{\partial f'}{\partial x}$, prise le long d'une parallèle à l'axe de la veine, ne provient que du tourbillon lié du segment portant figurant l'aile. De ce fait, elle a même valeur en des points équidistants $\pm x$ de l'aile. Il en résulte que la valeur du potentiel de perturbation f' à l'infini est double de celle correspondant au point homologue de la section droite de la veine $x=0$ qui contient le segment figurant l'aile.

En effet, on peut écrire

$$(6) \quad (f')_{+\infty} = \int_{-\infty}^{+\infty} u dx = \int_{-\infty}^0 u dx + \int_0^{+\infty} u dx = 2 \int_{-\infty}^0 u dx = 2(f')_0.$$

Ainsi connaissant le potentiel des vitesses de perturbation à l'infini, on en déduit celui au droit de l'aile; d'où le potentiel complémentaire recherché.

On est par conséquent ramené à un problème plan, consistant à déterminer dans une section située à l'infini aval, où le potentiel de perturbation est dû aux seuls tourbillons libres, le potentiel complémentaire f_c et la composante normale w_c qui en résulte le long de l'envergure d'un segment homologue de celui représentant l'aile.

Il est évident que la vitesse normale ainsi calculée est **double** de celle induite sur l'aile réelle.

Cette dernière s'écrira donc

$$(7) \quad w_c = \frac{1}{2} w_{c_\infty}.$$

Cette composante de vitesse complémentaire au droit du segment portant $\pm b'$ engendre une modification de la résultante aérodynamique qui peut, en première approximation, être exprimée par une modification de la traînée induite et de l'angle induit à égalité de portance.

Nous n'insisterons pas davantage sur cette façon, tout à fait classique, de traduire la contrainte exercée par les parois d'une soufflerie.

II - REPRÉSENTATION VIRTUELLE DU SOL PAR LA MÉTHODE DE LA MAQUETTE-IMAGE

Cette méthode ne peut être utilisée que si l'image de la maquette par rapport au sol est située à l'intérieur de la veine.

II,0.

Dans le cas d'une veine circulaire, le problème peut être résolu aisément par la méthode classique des images.

En effet, les tourbillons marginaux des deux ailes schématisées par les segments "d'envergure réduite" $2b'$ donnent lieu à quatre images seulement par rapport aux parois.

Sur la figure 1 la représentation des tourbillons images correspond au cas de la veine guidée, mais elle ne diffère de celle relative à la veine libre que par le sens des tourbillons images, qui serait inverse.

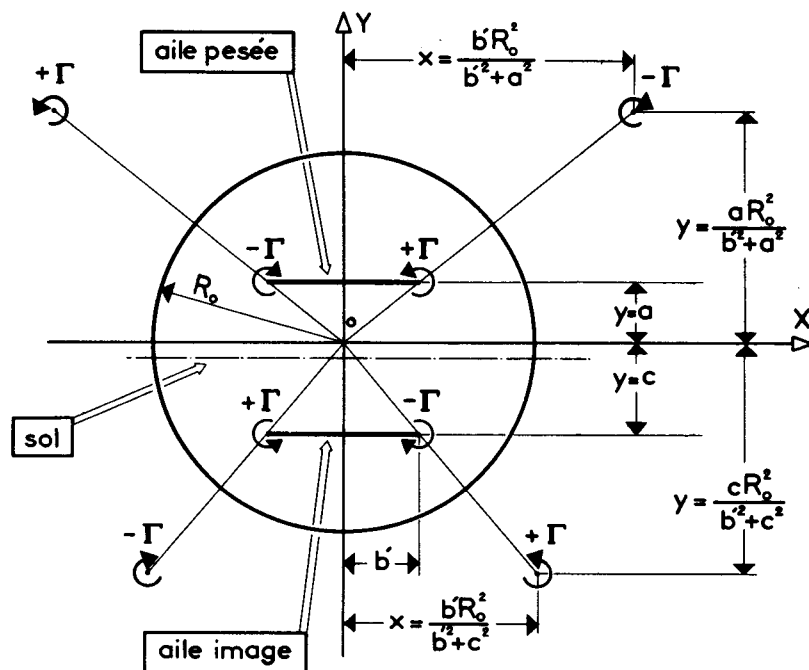


Fig. 1

On peut donc se contenter d'examiner l'un ou l'autre cas indifféremment, celui de la veine guidée par exemple, les corrections en veine libre étant de signe opposé, mais ayant même valeur absolue.

Soit

$$f_c(z) = \varphi_c(x, y) + i \psi_c(x, y)$$

le potentiel complexe complémentaire engendré par les tourbillons images.

Le flux \mathcal{F} de la vitesse complexe et la valeur moyenne de la composante normale de la vitesse induite au droit de l'aile pesée, s'écrivent respectivement :

$$(8) \quad \mathcal{F} = \psi_c(-b', a) - \psi_c(+b', a) ,$$

$$(9) \quad \bar{w}_c = \frac{1}{2} \bar{w}_{c\infty} = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{F}}{2b'} .$$

Le potentiel complexe complémentaire est

$$(10) \quad f_c(\bar{z}) = \frac{i\Gamma}{2\pi} \left[\text{Log} \frac{\left(x - \frac{b' R_o^2}{b'^2 + a^2}\right) + i \left(y - \frac{a R_o^2}{b'^2 + a^2}\right)}{\left(x + \frac{b' R_o^2}{b'^2 + a^2}\right) + i \left(y - \frac{a R_o^2}{b'^2 + a^2}\right)} + \text{Log} \frac{\left(x + \frac{b' R_o^2}{b'^2 + c^2}\right) + i \left(y - \frac{c R_o^2}{b'^2 + c^2}\right)}{\left(x - \frac{b' R_o^2}{b'^2 + c^2}\right) + i \left(y - \frac{c R_o^2}{b'^2 + c^2}\right)} \right] .$$

On en déduit la fonction de courant qui, toutes simplifications faites, s'écrit

$$(11) \quad \psi_c(x, y) = \frac{\Gamma}{4\pi} \left[\text{Log} \frac{\left(x - \frac{b' R_o^2}{b'^2 + a^2}\right)^2 + \left(y - \frac{a R_o^2}{b'^2 + a^2}\right)^2}{\left(x + \frac{b' R_o^2}{b'^2 + a^2}\right)^2 + \left(y - \frac{a R_o^2}{b'^2 + a^2}\right)^2} + \text{Log} \frac{\left(x + \frac{b' R_o^2}{b'^2 + c^2}\right)^2 + \left(y - \frac{c R_o^2}{b'^2 + c^2}\right)^2}{\left(x - \frac{b' R_o^2}{b'^2 + c^2}\right)^2 + \left(y - \frac{c R_o^2}{b'^2 + c^2}\right)^2} \right] .$$

Par ailleurs, on a

$$(12) \quad \Gamma = \frac{S V_o C_z}{4 b'}$$

Portant cette expression dans (11) puis calculant successivement le flux \mathcal{F} défini par (8) et la vitesse moyenne normale \bar{w}_c induite (9); on obtient

$$(13) \quad \bar{w}_c = V_o C_z \frac{S}{32 S_o} \tau \left[\text{Log} \frac{\tau^2 + 2\tau(1-p^2) + (1+p^2)^2}{\tau^2 - 2\tau(1+p^2) + (1+p^2)^2} - \text{Log} \frac{\tau^2 + 2\tau(1-pq) + (1-p^2)(1+q^2)}{\tau^2 - 2\tau(1+pq) + (1+p^2)(1+q^2)} \right] ,$$

avec

$$p = \frac{a}{b'} = \frac{a}{\sqrt{\frac{3}{4}} b} ; \quad q = \frac{c}{b'} = \frac{c}{\sqrt{\frac{3}{4}} b} ; \quad \tau = \frac{R_o^2}{b'^2} = \frac{4 R_o^2}{3 b^2} \quad (\text{voir (1)})$$

L'angle induit complémentaire et la variation de traînée induite dus à l'interaction des parois, s'écriront

$$(14) \quad \Delta i_p \approx \frac{\bar{w}_c}{V_o} ,$$

$$(15) \quad \Delta C_{x_p} = \frac{2 b' \rho_o \bar{w}_c \Gamma}{\frac{1}{2} \rho_o S V_o^2} = \frac{\bar{w}_c}{V_o} C_z .$$

Il est habituel d'écrire ces corrections sous la forme

$$(14') \quad \Delta i_p = C_z \frac{S}{S_0} \delta \quad (S = \text{surface de réf. ; } S_0 = \pi R_0^2),$$

$$(15') \quad \Delta C_{x_p} = C_z^2 \frac{S}{S_0} \delta,$$

où δ est défini par

$$(16) \quad \delta = \frac{1}{32} \tau \left[\text{Log} \frac{\tau^2 + 2\tau(1-p^2) + (1+p^2)^2}{\tau^2 - 2\tau(1+p^2) + (1+p^2)^2} - \text{Log} \frac{\tau^2 + 2\tau(1-pq) + (1+p^2)(1+q^2)}{\tau^2 - 2\tau(1+pq) + (1+p^2)(1+q^2)} \right]$$

avec les mêmes notations que (13).

Ainsi à un C_z donné obtenu en soufflerie, correspond une incidence effective (c'est-à-dire l'incidence qu'il y aurait lieu d'imposer à la maquette en écoulement illimité pour obtenir le même C_z) plus grande que l'incidence géométrique pour la veine guidée et plus faible pour la veine libre.

De même, la traînée mesurée en soufflerie est, à même C_z , plus faible ou plus grande qu'en écoulement illimité suivant que la veine est guidée ou non

$$(17) \quad \begin{cases} i_{\text{corrigé}} = i_{\text{géo}} \pm \frac{S}{S_0} \delta C_z \\ C_{x_{\text{corrigé}}} = C_{x_{\text{brut}}} \pm \frac{S}{S_0} \delta C_z^2 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} + \text{ pour la veine guidée} \\ - \text{ pour la veine libre} \end{pmatrix}$$

Lorsque l'aile pesée et l'aile image sont disposées symétriquement par rapport au diamètre de la veine ($\alpha = -C = H$), les corrections relatives aux deux ailes sont identiques et le plan diamétral de la veine constitue un plan de symétrie de l'écoulement ($\psi_c(x, 0) = 0$ pour $\alpha = -C$; Cf (11))

Pour toute autre disposition des ailes, le plan de symétrie géométrique n'est pas un plan de symétrie de l'écoulement, à cause de la superposition du potentiel complémentaire f_c au potentiel des vitesses propre à l'écoulement illimité. Les corrections de parois tiennent compte de cette distorsion, mais il faut que les circulations des segments portants figurant respectivement l'aile pesée et l'aile image soient égales en valeur absolue et que par conséquent les incidences effectives correspondantes soient les mêmes.

Or, les corrections de parois étant différentes à **égalité de portance** pour les deux ailes, les incidences géométriques de celles-ci doivent être différentes

$$(18) \quad i_{\text{géo}_{\text{maq. image}}} = i_{\text{géo}_{\text{aile pesée}}} \pm C_z \frac{S}{S_0} \cdot \frac{57.3}{32} \tau \text{Log} \frac{[\tau^2 + 2\tau(1-p^2) + (1+p^2)^2] (\tau - 1 - q^2)^2}{[\tau^2 + 2\tau(1-q^2) + (1+q^2)^2] (\tau - 1 - p^2)^2}$$

avec τ , p et q définis précédemment; le signe du terme additif étant + ou - suivant que la veine est guidée ou non.

Cependant, pour les dispositions habituelles des maquettes dans la veine, le terme correctif de l'incidence géométrique de l'aile image est négligeable.

Il est d'ailleurs favorable qu'il en soit ainsi, car le raisonnement précédent est relatif à des segments portants dont la disposition géométrique demeure symétrique, indépendamment de l'incidence

fictive de chacun d'eux. Par contre, pour les ailes réelles de profondeur non négligeable, le calage à des incidences inégales détruirait la symétrie géométrique du montage et affecterait la méthode dans son principe même.

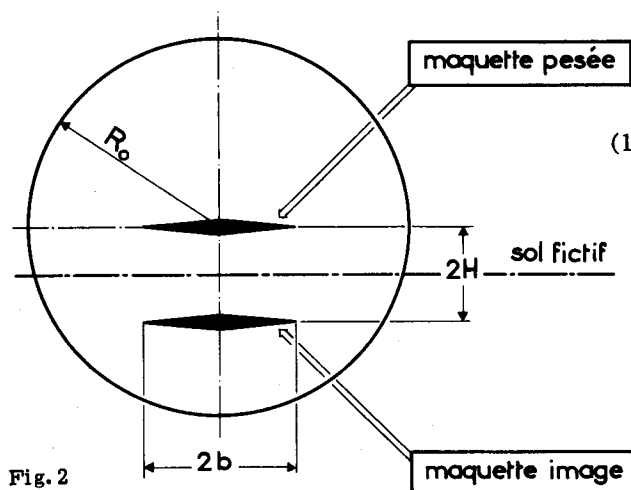
A titre d'exemple indiquons la valeur de l'écart théorique d'incidence géométrique de l'aile image par rapport à l'aile pesée dans un cas particulièrement défavorable : aile pesée placée suivant le diamètre de la veine ($p=0$), aile image excentrée; $q = -\frac{2H}{b} = -1$; $\tau = 4$,

$\frac{S}{S_0} = 0,075$. L'incidence géométrique de l'aile image devrait dans ce cas différer de celle de l'aile pesée d'un angle $\Delta i^* \approx \mp 0,3 C_z$.

Habituellement cette valeur de Δi^* est beaucoup plus faible et elle décroît très rapidement lorsque l'aile image est rapprochée de l'aile pesée.

II,1.

Dans le cas du montage expérimental utilisé dans la soufflerie de Cannes : maquette pesée située suivant le diamètre de la veine; maquette-image excentrée (fig. 2), les formules de corrections de parois applicables à la maquette pesée sont celles définies par (14') et (15'), mais l'expression de δ prend une forme plus simple que dans le cas général (Cf. (16)) :



$$(19) \quad \delta = \frac{1}{32} \tau \left[\text{Log} \frac{(\tau+1)^2}{(\tau-1)^2} - \text{Log} \frac{(\tau+1)^2 + q^2}{(\tau-1)^2 + q^2} \right]$$

$$= \frac{1}{24} \frac{R_0^2}{b^2} \text{Log} \frac{1 + \frac{3 H^2/b^2}{[(R_0^2/b^2) - 0,75]^2}}{1 + \frac{3 H^2/b^2}{[(R_0^2/b^2) + 0,75]^2}} .$$

Dans le domaine d'utilisation $H/R_0 < 0,25$; $b/R_0 < 0,5$, la valeur de δ est donnée avec une approximation suffisante par l'expression empirique suivante :

$$(20) \quad \delta \approx 1,655 \frac{b^4}{R_0^4} \left(\frac{H}{2b} \right)^2 .$$

En résumé, les formules suivantes ont été appliquées dans le cas de la méthode de l'aile image, à la soufflerie de Cannes, veine guidée

$$(21) \quad i_{\text{corrigé}} = i_{\text{géo}} + \Delta i \quad \text{avec} \quad \Delta i^* = 57,3 \frac{S}{S_0} 1,655 \frac{b^4}{R_0^4} \left(\frac{H}{2b} \right)^2 C_z$$

$$(22) \quad C_{x_{\text{corrigé}}} = C_{x_{\text{brut}}} + \Delta C_x \quad \text{avec} \quad \Delta C_x = \frac{S}{S_0} 1,655 \frac{b^4}{R_0^4} \left(\frac{H}{2b} \right)^2 C_z^2 .$$

III - CORRECTIONS DE PAROIS APPLICABLES AUX RÉSULTATS D'ESSAIS D'EFFET DE SOL OBTENUS PAR LA MÉTHODE DU PLANCHER DANS UNE SOUFFLERIE A VEINE CIRCULAIRE

III,0.

L'aile étant placée dans la portion de veine délimitée par le plancher AB et l'arc $\widehat{AC_1B}$ (fig. 3), on est amené à considérer l'image de cette disposition par rapport au sol plan yy' et à définir un écoulement comprenant les tourbillons libres de l'aile figurée par le segment d'envergure réduite $2b'$, ceux de son image et admettant le plancher AB comme ligne de courant et les arcs $\widehat{AC_1B}$ et $\widehat{AC_2B}$, soit comme lignes de courant, soit comme lignes isobares, suivant qu'il s'agit d'une veine guidée ou bien d'une veine libre.

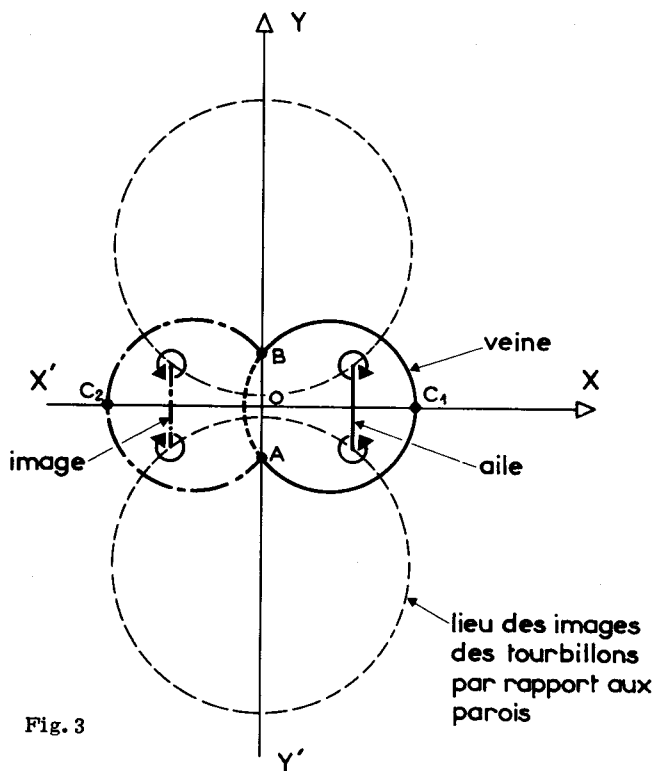


Fig. 3

Cela revient à chercher les images successives de chaque tourbillon alternativement par rapport à $\widehat{AC_1B}$ et $\widehat{AC_2B}$. Celles-ci constituent un ensemble infini de tourbillons situés sur deux circonférences orthogonales aux arcs $\widehat{AC_1B}$ et $\widehat{AC_2B}$ représentées en pointillé sur la figure 3.

Ainsi posé, le problème de l'interaction des parois est extrêmement difficile. Sa solution nécessiterait la détermination au droit de l'aile de la vitesse induite par l'infini des tourbillons images.

III,1.

Le calcul peut être considérablement simplifié par une transformation conforme du plan physique Z en un plan ζ ; la fonction de transformation étant :

$$(23) \quad z = c \cdot \operatorname{tg} \zeta = c \frac{\operatorname{tg} \xi + i \operatorname{th} \eta}{1 - i \operatorname{tg} \xi \operatorname{th} \eta}$$

avec $C = OB$

ce qui conduit à

$$\eta = \frac{1}{4} \operatorname{Log} \frac{(c+y)^2 + x^2}{(c-y)^2 + x^2} \quad \text{et} \quad \xi = \frac{1}{2} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{2cx}{c^2 - x^2 - y^2}.$$

Des arcs de cercle passant par A et B se transforment en des droites $\xi = c^{\operatorname{te}}$ et les cercles du faisceau conjugué admettant A et B pour points de PONCELET se transforment en des droites $\eta = c^{\operatorname{te}}$. Il suffit de considérer uniquement la bande $\xi = \pm \frac{\pi}{2}$ à laquelle correspond tout le plan Z (fig. 4).

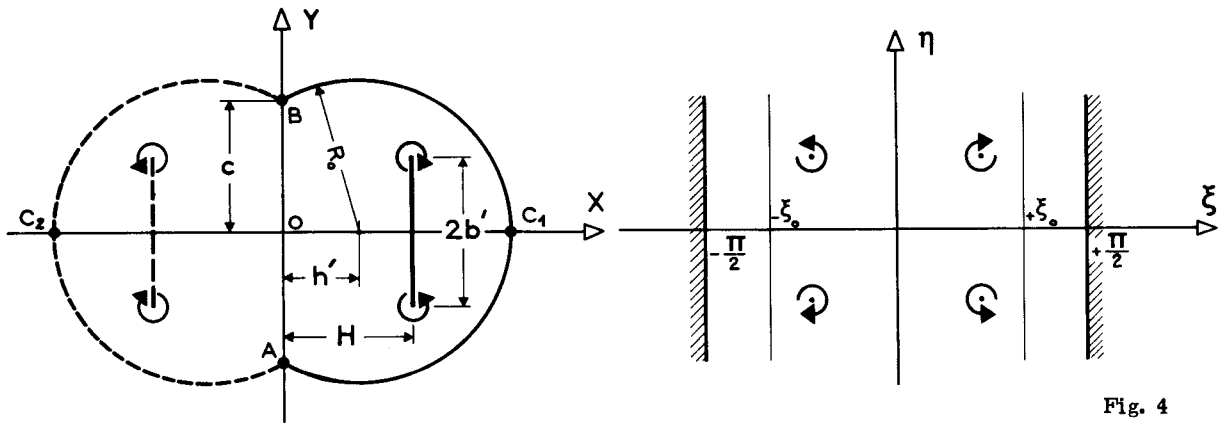


Fig. 4

PLAN PHYSIQUE z	PLAN TRANSFORMÉ ζ	REMARQUES
Ensemble des points du plan z	Bande $-\frac{\pi}{2} \leq \xi \leq \frac{\pi}{2}$	
Plancher AB	Axe η : $\xi = 0$	
Arc $\widehat{AC_1B}$ ($x > 0$)	Droite $\xi = \frac{1}{2} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{-c}{h'} \right) = \xi_0$	$\frac{\pi}{4} < \xi < \frac{\pi}{2}$
Arc $\widehat{AC_2B}$ ($x < 0$)	Droite $\xi = \frac{1}{2} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{c}{ h' } \right) = -\xi_0$	$-\frac{\pi}{4} > \xi > -\frac{\pi}{2}$
Coordonnées des tourbillons libres de l'aile		Pour $H^2 + b^2 < c^2$
$x_T = H$	$\xi_T = \frac{1}{2} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{2HC}{c^2 - H^2 - b^2}$	$0 < \xi_T < \frac{\pi}{4}$
$y_T = \pm b'$	$\eta_T = \pm \frac{1}{4} \operatorname{Log} \frac{(c+b')^2 + H^2}{(c-b')^2 + H^2}$	Pour $H^2 + b^2 > c^2$ $\frac{\pi}{4} < \xi_T < \frac{\pi}{2}$
Coordonnées des images des tourbillons libres		
$x_{T'} = -H$	$\xi_{T'} = -\xi_T$	
$y_{T'} = \pm b'$	$\pm \eta_{T'} = \pm \eta_T$	

Dans le tableau ci-dessus qui précise les correspondances des lignes et des points remarquables, la valeur de $\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{2c\alpha}{c^2 - \alpha^2 - y^2}$ correspond à des angles compris entre 0 et π pour $\alpha > 0$ et entre 0 et $-\pi$ pour $\alpha < 0$.

Il s'agit de définir un potentiel complexe f tel que les conditions aux limites soient satisfaites.

Celui-ci est la somme du potentiel f_1 engendré par les quatre tourbillons (tourbillons libres et leurs images) et d'un potentiel complémentaire f_c .

Dans le plan physique, l'expression du potentiel f_1 est

$$(24) \quad f_1(z) = \frac{\Gamma}{2\pi i} \operatorname{Log} \left(\frac{z-H-ib'}{z-H+ib'} \cdot \frac{z+H+ib'}{z+H-ib'} \right).$$

En revenant dans le plan ζ on obtient, tous calculs faits,

$$(25) \quad f_1(\zeta) = \frac{\Gamma}{2\pi i} \operatorname{Log} \frac{\sin(\zeta - \zeta_T) \sin(\zeta + \zeta_T)}{\sin(\zeta - \bar{\zeta}_T) \sin(\zeta + \bar{\zeta}_T)} + C_1 \quad \text{avec} \quad C_1 = \frac{\Gamma}{4\pi i} \operatorname{tg} \frac{\cos^2 \bar{\zeta}_T}{\cos^2 \zeta_T}.$$

Dans le cas de la veine libre l'expression du potentiel complexe f satisfaisant aux conditions aux limites a été donnée par K. KONDO [29].

$$(26) \quad f(\zeta) = \frac{\Gamma}{2\pi i} \operatorname{Log} \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{4\bar{\xi}_0} (\zeta - \zeta_T) \operatorname{tg} \frac{\pi}{4\bar{\xi}_0} (\zeta + \zeta_T)}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{4\bar{\xi}_0} (\zeta - \bar{\zeta}_T) \operatorname{tg} \frac{\pi}{4\bar{\xi}_0} (\zeta + \bar{\zeta}_T)} + C_2.$$

Pour la veine guidée nous avons obtenu

$$(27) \quad f(\zeta) = \frac{\Gamma}{2\pi i} \operatorname{Log} \frac{\sin \frac{\pi}{2\bar{\xi}_0} (\zeta - \zeta_T) \sin \frac{\pi}{2\bar{\xi}_0} (\zeta + \zeta_T)}{\sin \frac{\pi}{2\bar{\xi}_0} (\zeta - \bar{\zeta}_T) \sin \frac{\pi}{2\bar{\xi}_0} (\zeta + \bar{\zeta}_T)} + C_2.$$

Le potentiel complémentaire f_c résultant de la limitation de la veine, s'écrit :

$$(28) \quad f_c(\zeta) = \varphi_c(\zeta) + i\psi_c(\zeta) = f(\zeta) - f_1(\zeta),$$

expression dans laquelle $f(\zeta)$ est donné par (26) ou (27) suivant que la veine est libre ou guidée, tandis que $f_1(\zeta)$ est, dans les deux cas, représenté par (25).

Le flux \mathcal{F} de la vitesse complexe à travers la courbe transformée du segment portant figurant l'aile, s'écrit

$$(29) \quad \mathcal{F} = \psi_c(\xi_T - i\eta_T) - \psi_c(\xi_T + i\eta_T).$$

Repassant au plan physique, la valeur moyenne de la composante normale de la vitesse induite au droit de l'aile est

$$(30) \quad \bar{w}_c = \frac{1}{2} \bar{w}_{c\infty} = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{F}}{2b'}.$$

L'angle induit complémentaire et la variation de traînée induite dus à l'interaction des parois, s'écriront :

$$(31) \quad \Delta i_p \approx \frac{\bar{w}_c}{V_0}$$

$$(32) \quad \Delta C x_p = \frac{2 b' \rho_0 \bar{w}_c \Gamma}{\frac{1}{2} \rho_0 S V_0^2} = \frac{\bar{w}_c}{V_0} C_z.$$

Le calcul de la vitesse induite \bar{w}_c par le procédé indiqué plus haut conduit à une expression de la forme :

$$(33) \quad \bar{w}_c = V_0 C_z \frac{S}{S_0} \delta \quad (S \text{ surface de réf. : } S_0 = \pi R_0^2),$$

δ étant fonction des paramètres géométriques H , h' , et $2b' = 2\sqrt{\frac{3}{4}}b$. Suivant que la veine est libre ou guidée δ s'écrit :

$$(34) \quad \delta_{\text{veine libre}} = \frac{1}{24} \frac{R_0^2}{b^2} \left[2 \operatorname{Log} \frac{\pi}{2 \xi_0} + \operatorname{Log} \frac{1 + \cotg^2 \frac{\pi \eta_T}{2 \xi_0} \cdot \operatorname{th}^2 \frac{\pi \eta_T}{2 \xi_0}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\pi \eta_T}{2 \xi_0} \cdot \operatorname{th}^2 \frac{\pi \eta_T}{2 \xi_0}} + \operatorname{Log} \frac{1 - \operatorname{th}^2 2 \eta_T}{1 + \cotg^2 2 \xi_T \operatorname{th}^2 2 \eta_T} \right],$$

$$(35) \quad \delta_{\text{veine guidée}} = \frac{1}{24} \frac{R_0^2}{b^2} \left[2 \operatorname{Log} \frac{\pi}{2 \xi_0} + \operatorname{Log} \frac{\coth^2 \frac{\pi}{\xi_0} \eta_T + \cotg^2 \frac{\pi}{\xi_0} \xi_T}{\coth^2 2 \eta_T + \cotg^2 2 \xi_T} \right].$$

Dans ces deux formules, les valeurs de ξ_0 , ξ_T et η_T s'expriment en fonction des paramètres géométriques définissant la veine, la position du plancher et celle du segment portant figurant l'aile, par les relations définies dans le tableau de correspondance donné plus haut.

Les valeurs corrigées de l'angle d'incidence et de la traînée s'écrivent :

$$(36) \quad \left\{ \begin{array}{l} i_{\text{corrigé}} = i_{\text{géo}} + \frac{S}{S_0} \delta C_z \\ C x_{\text{corrigé}} = C x_{\text{brut}} + \frac{S}{S_0} \delta C_z^2. \end{array} \right.$$



Achevé d'imprimer à l'O.N.E.R.A., décembre 1966 - Dépôt légal 4^e trimestre 1966 - n° 267.